④ WIADOMOŚCI TECHNICZNE
LOTNICTWA

KWARTALNIK
WYDAWANY PRZEZ DEPARTAMENT AERONAUTYKI M. S. WOJSK., JAKO DODATEK DO „PRZEGLĄDU LOTNICZEGO"

AUTORZY ARTYKUŁÓW ZAMIESZCZONYCH W „PRZEGLĄDZIE LOTNICZYM" I „WIADOMOŚCIACH TECHNICZNYCH LOTNICTWA" SĄ ODPOWIEDZIALNI ZA POGLĄDY W NICH WYRAŻONE

TREŚĆ:

Czytelnikom i sympatykom „Przeglądu Lotniczego" i „Wiadomości Technicznych Lotnictwa" składamy z Nowym Rokiem na tej drodze życzenia wszelkiej pomyślności.

REDAKCJA

ROK II WARSZAWA, STYCZEŃ — 1934 Nr. 1

Inż. JERZY TEISSEYRE

Teorja autożyra

WSTĘP.

Autożyro, nowy typ maszyny latającej cięższej od powietrza, który pojawił się kilka lat temu na widowni, jest najmłodszym samolotem typu ruchomych skrzydeł. Dzięki epokowym pracom Juana de la Ciervy, hiszpańskiego inżyniera, typ ten jest dzisiaj jedynym przedstawicielem maszyn latających przy pomocy rotujących skrzydeł, który stanął w rzędzie normalnych samolotów, posiadających za sobą przeszło ćwierć wieku rozwoju.

De la Cierva po katastrofie swego wielkiego samolotu bombardowego, zbudowanego w r. 1920 dla armji hiszpańskiej, postanowił zbudować samolot, którego bezpieczeństwo lotu nie zależałoby od szybkości poziomej.

Doświadczenia zajęły wynalazcy kilka lat czasu i dopiero czwarta jego maszyna wzbiła się w powietrze. Od tego czasu datuje się szybki rozwój autożyra.

Rotor autożyra, po szeregu ewolucyj, doszedł do obecnego swego stanu konstrukcyjnego. Składa się on z trzech lub czterech śmig, osadzonych na wspólnej piaście i rotujących samoczynnie podczas lotu maszyny. Śmigi umocowane są do piasty zawiasowo w ten sposób, iż mogą się wychylać dookoła osi pionowej i poziomej. Okazało się to konieczne celem uniknięcia momentu żyroskopowego, b. trudnego do zrównoważenia w locie (a starającego się pochylić całą maszynę w bok) oraz celem uniknięcia momentów, gnących śmigi rotoru.

W ten sposób śmigi rotoru poddane są w locie sile odśrodkowej, której moment względem osi zawieszenia śmigi równoważy moment wyporu dla każdej pojedyńczej śmigi.

Jasne jest zatem, iż każda ze śmig ustawia się w danym momencie w kierunku siły wypadkowej z siły nośnej i siły odśrodkowej. Śmigi rotoru tworzą zatem w locie bardzo płaski stożek, którego wierzchołek leży w osi rotoru, podczas gdy śmigi są wychylone lekko w górę.

Prócz tego, wskutek zmiany siły nośnej pojedyńczej śmigi w czasie jej jednego obrotu (spowodowanej składaniem się szybkości postępowej i obrotowej), każda ze śmig wykonuje ruch wahadłowy w górę i w dół.

Mianowicie, śmiga, poruszająca się do przodu, posiada oprócz swej szybkości obrotowej, jeszcze szybkość postępową, tak, iż zwiększona szybkość wypadkowa powoduje większy wypór i śmiga wychyla się w górę. Z tą chwilą otrzymuje śmiga składową szybkość pionową, która zmniejsza jej kąt natarcia, co pociąga znowu za sobą zmniejszenie wyporu i śmiga zaczyna opadać w dół. Odwrotnie ma się rzecz ze śmigą, poruszającą się do tyłu.

Ten ruch wahadłowy śmig da się dobrze przedstawić matematycznie w postaci krzywej, której równanie określa szereg Fourrier'a (patrz dalej — teorja).

Samoczynny ruch obrotowy rotoru występuje w locie pod wpływem wypadkowych sił aerodynamicznych, a mianowicie składowych wyporu, skierowanych do przodu, przyczem, jak wynika z teorji, $^1/_3$ zewnętrznej części śmigi jest napędzana przez $^2/_3$ wewnętrznej jej części.

Wypór, jaki daje rotor autożyra, daje początek nowej szybkości „indukowanej", prostopadłej do płaszczyzny rotoru, tak, że powstaje przepływ powietrza przez tę płaszczyznę w kierunku z dołu do góry, przyczem rozkład szybkości tej nie jest jednostajny wzdłuż płaszczyzny rotoru.

Możemy zatem wirujący rotor uważać jako pewnego rodzaju przekrój przepływowy powietrza, przez który przepływa ono pod ciśnieniem

$$p = \frac{G}{R^2 \pi} \quad \frac{\text{ciężar całkowity autożyra}}{\text{powierzchnia rotoru}}$$

Ruch obrotowy rotoru jest utrzymywany kosztem pewnej energji, powstałej przez przepływ mas powietrza przez płaszczyznę rotoru, pod wpływem obciążenia powierzchniowego „p". Jednak z powodu napotykanych w tym przekroju oporów, masa powietrza, przepływającego przez przekrój, będzie w jednostce czasu mniejszą, niżby to odpowiadało ciśnieniu „p". Dla idealnego rotoru, przepływ powietrza byłby równy zeru (patrz rozdział XII), gdyż w tym wypadku opór profilu samej śmigi (nie rotoru), jest równy zeru (oczywiście jest to z fizycznego punktu widzenia fikcją). Zatem im mniejsza jest moc, jakiej potrzebuje rotor do utrzymania swego ruchu wirowego, tem mniejszy jest przepływ powietrza przez jego płaszczyznę, tem „szczelniejsza" jest powierzchnia rotoru.

Przebieg zjawisk w rotorze z powodu różnych szybkości, jak obrotowej, postępowej, indukowanej — złożonego przestrzennego układu strug powietrza — oraz z powodu ruchu wahającego śmig i ich bezwładności, jest tak skomplikowany, że możemy tylko pod pewnemi przybliżonemi założeniami upraszczającemi, rozpatrywać ten problem.

W rotorze należy rozróżnić dwa problemy: jeden odnosi się do zjawisk, zachodzących na poszczególnych śmigach, drugi do rotoru jako całości.

Rotor, jako całość odpowiada dobrze teorji płaszczyzn nośnych Prandtl'a i określa nam wielkość oporu indukowanego. Poszczególne śmigi natomiast, oprócz siły nośnej, określają nam dolną granicę dla strat przepływu, jeżeli rozpatrujemy problem przy znacznem uproszczeniu zjawisk, zaś przy dokładniejszem rozpatrywaniu dają nam zjawiska ruchu wahającego, oraz dalsze pochodne tego zjawiska.

W ogólności podczas lotu działają na rotor następujące siły: siła wyporu pionowa w górę, siła oporu pozioma, prócz tego siła boczna prostopadła do poprzednich dwóch, a zatem i do osi obrotu rotoru. Siła ta powstaje dzięki stożkowi, utworzonemu w locie przez śmigi, jakoteż dzięki zakrzywieniu samych śmig.

Poza tem działa na rotor moment obrotowy, który przy ruchu jednostajnym jest oczywiście równy zeru.

Pierwszą teorję autożyra opracował w roku 1926 H. Glauert, zaś uzupełnił ją i rozszerzył Lock.

Teorja Glauert'a opiera się na szeregu założeń upraszczających z których najważniejsze są:

1) Szybkość osiowa prostopadła do płaszczyzny rotoru pozostaje w stałym stosunku do szybkości postępowej i jest wobec niej mała.

2) Spółczynnik wyporu śmigi jest proporcjonalny do kąta natarcia, zaś spółczynnik oporu jest stały.

3) Ruch wahający śmig możemy przedstawić w postaci szeregu Fourrier'a.

4) Śmiga wygięta jest w locie w łuk koła o małej wysokości strzałki ugięcia. (Lock przyjmuje 3% promienia).

Należy zwrócić uwagę, iż niektóre z tych założeń można z góry osądzić jako nie odpowiadające rzeczywistości, a wprowadzone jedynie celem uproszczenia teorji.

Co do szybkości osiowej, to rozkład jej nie jest równomierny na całej powierzchni rotoru, co zresztą Glauert uwzględnia w swej pracy, jednak rodzaj tego rozkładu przyjmuje dość dowolnie. Sprawa ta nie jest dotychczas należycie wyjaśniona, przyczem teorja natrafia tu na znaczne trudności matematyczne. Jedynie doświadczenia, prawdopodobnie, będą nam mogły dać należyte wyświetlenie tej kwestji.

Co do spółczynnika oporu śmigi, to założenie stałego spółczynnika można uważać za słuszne jedynie w pierwszem i to grubem przybliżeniu. Spółczynnik wyporu śmigi ma wzdłuż jej promienia różne wartości, zaś spółczynnik oporu jest zależny od C_y.

Należałoby tu raczej (wg. Schrenk'a) wprowadzić zależność paraboliczną $C_x = C_{xo} + m \cdot C_y^2$.

Również założenie, iż śmiga wygina się w locie w łuk koła o stałej strzałce ugięcia, jest niezgodne z rzeczywistością. W przybliżonych rozważaniach, można założyć, iż siła odśrodkowa jest tak duża w porównaniu do siły wyporu, iż śmiga ma kształt prosty, a kąt jej wychylenia jest bardzo mały. Jednak tak zachowują się jedynie modele rotoru w tunelach aerodynamicznych, gdzie śmigi są stosunkowo znacznie mocniejsze i cięższe, niż w rzeczywistości (około 3 — 5 razy cięższe, ze względu na możność wykonania modelu).

W rzeczywistości śmiga jest sprężysta i aby to uwidocznić w teorji, nie można przyjąć średniej szybkości przypływu za podstawę rachunku, gdyż chodzi tu nie o siły średnie, lecz maksymalne.

Rozkład obciążenia na śmigach wygląda następująco: Siła odśrodkowa rośnie linjowo wzdłuż długości śmigi od zera do pewnej wartości maksymalnej zaś siła nośna rośnie parabolicznie (położenie śmigi równoległe do osi podłużnej autożyra kąt $\psi = 0^0$ i 180^0) zatem śmiga na skutek różnicy momentów obu obciążeń wyginana jest lekko wypukłością w górę.

Przy wychyleniu śmigi o kąt $\psi = 90^0$ do przodu (od płaszczyzny symetrji autożyra) przesuwa się wypadkowa wyporu silnie ku środkowi obrotu rotoru (a nawet może stać się ujemną), przyczem śmiga wygina się lekko wypukłością w dół.

Odwrotnie, przy kącie położenia śmigi $\psi = 270^0$, siła wypadkowa rotoru wędruje silnie na zewnątrz, czyli w tym wypadku śmiga będzie najbardziej wygięta łukiem w górę.

Zatem podczas jednego obrotu poddana jest śmiga pewnemu przymusowemu drganiu gnącemu.

Widzimy zatem, iż teorja Glauert'a, oparta na pewnych założeniach upraszczających, jest jedynie pierwszem przybliżeniem.

Jednak, mimo to, oddaje ona dobrze właściwości aerodynamiczne rotoru oraz wzajemne związki i zależności, zachodzące pomiędzy poszczególnemi czynnikami.

Teorja, podana w niniejszym artykule, opracowana została na podstawie publikacji Glauert'a. Uzupełniłem ją pracami późniejszych autorów (Lock, Townend, Caygill, Nutt i inni), oraz własnemi przeliczeniami, których dokonałem, celem lepszego unaocznienia czytelnikowi samej teorji, jako też sposobu jej zastosowania i lepszego wniknięcia w jej istotę.

Przy końcu podałem przykład przeliczenia wyczynów autożyra według tej teorji.

Ponieważ cała teorja, jako też wszystkie współczynniki doświadczalne, podane są w pracach Glauert'a w odniesieniu do miar, używanych w Anglji, przeto by nie przeliczać wielu spółczynników (co byłoby rzeczą uciążliwą), przeliczeń dokonałem według miar, używanych w Anglji, zamieniając następnie otrzymane wyniki na miary, używane w Polsce.

Poniżej podaję kilka ważniejszych wielkości w miarach angielskich i polskich.

	Miary Angielskie	Miary Polskie
Gęstość powietrza	$\frac{\gamma}{g} = \rho = \frac{1}{420} \cdot \frac{l\,b.\,sek^2}{ft^4}$	$\frac{1}{8} \cdot \frac{kg.\,sek^2}{m^4}$
Długość	stopa $= ft$	0,3048 mtr.
Ciężar	funt $= l\,b$	0,4536 kg.
Obciążenie	$l\,b/ft^2$	4,883 kg/m²
Moc	1 HP	1,0138 MK
Długość	1 mila	1609,3 mtr.
Moc	550 $l\,b.ft$/sek	75 kgm/sek

Do studjowania teorji autożyra i napisania niniejszej pracy, skłoniło mnie przeświadczenie, iż już obecnie ten rodzaj maszyn latających wkroczył zdecydowanie w sferę realnych możliwości, a wyniki przez nie osiągnięte wróżą im dużą przyszłość.

Jasną jest rzeczą, iż autożyro nie zastąpi samolotu o stałych skrzydłach, jednak zajmie w dziedzinie ma-

szyn latających miejsce obok niego — podobnie jak sterowce i t. p.

Sądzę, iż polscy inżynierowie i technicy lotnicy spotkają się prędzej czy później z problemem autożyra.

Należy zaznaczyć, iż teorja autożyra jest dopiero w początkach swego rozwoju, a praca tu podana stanowi wstęp do dalszego gruntownego studjum.

Niezbędne są dalsze badania, które będą musiały wyświetlić wiele kwestyj, dotychczas niejasnych lub niedokładnie zbadanych — stanowią one cel dalszych prac w tej dziedzinie, koniecznych do podjęcia.

TEORJA AUTOŻYRA

W poniższych wywodach przyjęto następujące oznaczenia.

B = ilość śmig rotoru.
R = $D/2$ = promień śmigi.
c = szerokość śmigi.
M_1 = moment ciężaru jednej śmigi około jej osi.
J_1 = Biegunowy moment bezwładu śmigi (względem jej osi wahania).
ψ = kąt określający położenie śmigi w płaszczyźnie rotoru, liczony od płaszczyzny symetrji autożyra.
Θ = kąt zaklinowania profilu śmigi.
r = promień danego elementu śmigi.
G_1 = ciężar jednej śmigi.
I_1 = moment bezwładności śmigi (około jej osi wahania).
ω = szybkość kątowa rotoru.
β = wychylenie kątowe śmigi (koło jej osi poziomej wahania).
Φ = kąt natarcia szybkości wypadkowej na element łopatki.

RUCH ROTORU

i = kąt natarcia całego rotoru.
V = szybkość lotu autożyra.
u = szybkość osiowa prostop. do płaszcz. rotoru.
U = $R\omega$ = szybkość obwodowa końców śmig.
v_i = szybkość osiowa indukowana.
W = szybkość wypadkowa w odniesieniu do elementu śmigi.

SIŁY

G = ciężar całkowity rotoru.
T = ciąg prostop. do płaszcz. rotoru.
X = opór rotoru.
Y = wypór rotoru.
$p = \frac{G}{R^2 \pi}$ = obciążenie powierzchni rotoru.
H = siła podłużna.
Z = siła boczna.
Q = moment obrotowy w płaszcz. rotoru.

SPÓŁCZYNNIKI.

$$T_c = \frac{T}{\pi R^2 \frac{\gamma}{g} \omega^2 R^2} \text{ podobnie } H_c = \frac{H}{\pi R^2 \frac{\gamma}{g} \omega^2 R} \text{ i t. d.}$$

$$K_x = \frac{X}{\pi R^2 \frac{\gamma}{g} V^2} \text{ podobnie } K_y = \frac{Y}{\pi R^2 \frac{\gamma}{g} V^2}$$

K_L oraz K_D = spółczynniki wyporu i oporu profilu śmigi.
δ = średni spółczynnik oporu profilu śmigi.

$$\sigma = \frac{B \cdot c}{R\pi} = \frac{\text{powierzchnia śmig}}{\text{powierzchnia rotoru}}$$

$$s = \frac{u}{R\omega} = \frac{\text{szybkość osiowa}}{\text{szybkość obwodowa końca śmig}}$$

$$t = \frac{V}{R\omega} = \frac{\text{szybkość lotu}}{\text{szybkość obwodowa końca śmig.}}$$

I. SIŁY DZIAŁAJĄCE NA ROTOR.

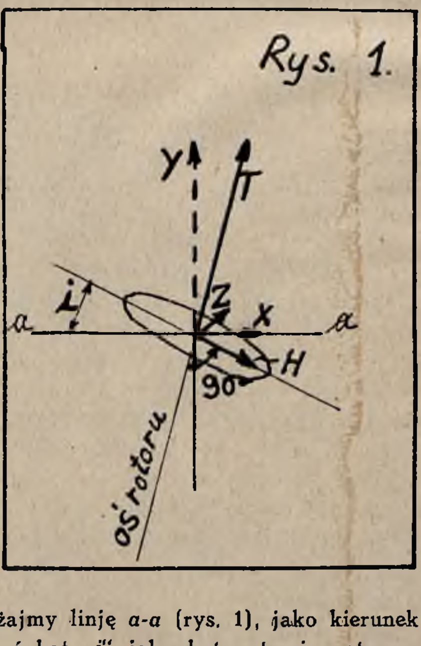
Konstruktor projektujący autożyro, musi zgóry określić jego własności aerodynamiczne i ich zmianę w razie zmiany głównych wymiarów rotoru. Do tego celu służy teorja, która pozwala zorjentować się co do przypuszczalnych wyników, jako też co do ważności danego czynnika na własności lotne rotoru.

Teorja podana poniżej, rozwinięta została pod następującemi założeniami ogólnemi (prócz dodatkowych założeń, podanych w tekście):

1) Kąty natarcia śmig są małe.

2) Wpływ spływu strug jest podobny, jak przy normalnym skrzydle.

3) Ruch bijący śmig możemy przedstawić w postaci szeregu Fourrier'a, przyczem tylko pierwsze wyrazy harmoniczne wystarczy zatrzymać w wyrażeniach perjodycznych.



Uważajmy linję *a-a* (rys. 1), jako kierunek lotu autożyra, zaś kąt „*i*" jako kąt natarcia rotoru, natenczas ogólnie biorąc, siły wypadkowe działające na rotor będą:

T = ciąg w górę prostop. do pł. rotoru,
H = siła pozioma prostop. do ciągu T, a leżąca w płaszczyźnie rotoru oraz w płaszczyźnie ruchu autożyra.
Z = siła boczna prostop. do poprzednich i uważana za dodatnią, jeżeli leży po stronie ruchu śmig do przodu.

Zatem wypór Y i opór X wyrażają się równaniami:

$$\left.\begin{aligned} Y &= T \cos. i - H \sin. i \\ X &= T \sin. i + H \cos. i \end{aligned}\right\} \quad . . . . . . (1)$$

By wyrazić siły w formie niemianowanych współczynników, bierzemy za podstawę odniesienia powierzchnię całego rotoru $F = R^2 . \pi$, zaś jako szybkość szybkość obwodową końca śmig $U = R\,\omega$.

Dzięki przegibnemu umocowaniu śmig, jedyny moment, jaki można przenieść na oś rotoru, jest moment kręcący „Q" — dodatni, jeżeli przeciwstawia się ruchowi obrotowemu rotoru.

Siły T, H, Z, Q, możemy wyrazić zapomocą równań

$$\left.\begin{aligned} T &= T_c\, F \frac{\gamma}{g} R^2\, \omega^2 = T_c\, F \frac{\gamma}{g} U^2 \\ H &= H_c\, F \frac{\gamma}{g} U^2 \\ Z &= Z_c\, F \frac{\gamma}{g} U^2 \\ Q &= Q_c\, F \frac{\gamma}{g} R^3\, \omega^2 = Q_c\, F \frac{\gamma}{g} U^2 . R \end{aligned}\right| \quad . . . (2)$$

Widzimy odrazu, iż wielkości T, H, Z, Q, są niezależne od szybkości lotu autożyra, lecz jedynie od szybkości obwodowej, a zatem od średnicy i ilości obrotów rotoru. Z drugiej strony możemy wziąć pod uwagę całkowitą powierzchnię rotoru, jako jednostajną płaszczyznę, poruszającą się w powietrzu z szybkością V, natenczas otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} X &= K_x F \frac{\gamma}{g} V^2 \\ Y &= K_y F \frac{\gamma}{g} V^2 \\ Z &= K_z F \frac{\gamma}{g} V^2 \end{aligned}\right| \quad . . . . . (3)$$

Równania znane dobrze z aerodynamiki płatowca oznaczając $\frac{V}{R\,\omega} = \frac{V}{U} = t$, i rugując Y i X oraz T i H (z równania 1) otrzymamy:

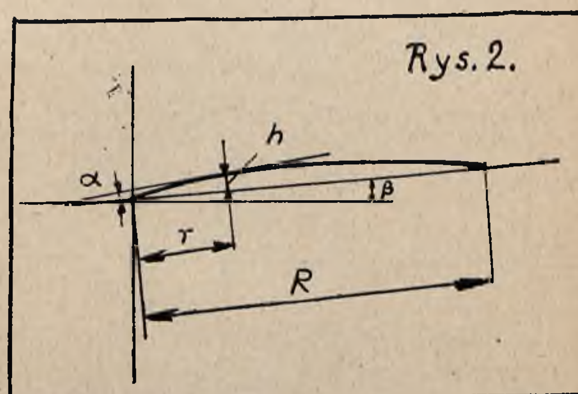
$$X = K_x\, F \frac{\gamma}{g} V^2 = T_c\, F \frac{\gamma}{g} V^2 \sin. i +$$
$$+ H_c\, F \frac{\gamma}{g} V^2 \cos. i \text{ czyli: } . . . . (4)$$

$$\begin{aligned} t^2\, K_x &= T_c \sin. i + H_c \cos. i \\ t^2\, K_y &= T_c \cos. i - H_c \sin. i \end{aligned} \quad . . . (5)$$

które to równania, jak widzimy, dają nam związek między obiema grupami współczynników K_x, K_y, T_c, H_c.

II. RUCH ŚMIG.

Nim przejdziemy do dalszych rozważań ogólnych, musimy zająć się bliżej ruchami samych śmig. Jak mówiliśmy każda śmiga jest zawieszona swobodnie na osi poziomej, tak, iż może się wychylać od płaszczyzny rotoru wgórę (i wdół). Istnieje też oś pionowa, pozwalająca na ruchy śmigi w jej własnej płaszczyźnie obrotu, jednak w tej chwili nie obchodzi nas ona. W czasie lotu śmiga nie zachowuje linji prostej, lecz tworzy linję krzywą, lekko wypukłą ku górze, przyczem linja ta jest w przybliżeniu łukiem koła (rys. 2) i za taki będziemy



ją uważać w dalszych rozważaniach. Weźmy dowolny przekrój przez śmigę w odległości „r" od osi obrotu. Wzniesienie łuku wynosi w tym przekroju „h" zaś z styczną w tym punkcie tworzy kąt „α" z płaszczyzną chwilową śmigi x —x,

$$\text{czyli } d\,\alpha \simeq \frac{d\,h}{d\,r}$$

Ogólnie biorąc do matematycznego przedstawienia krzywizny śmigi potrzeba nam znajomości następujących czterech całek:

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^R \alpha\, d\, r = 0 \\ &\int_0^R \alpha\, r\, d\, r = - \int_0^R h\, d\, r = - \eta_1\, R^2 \\ &\int_0^R \alpha\, r^2\, d\, r = - 2 \int_0^R h\, r\, d\, r = - 2\, \eta_2\, R^3 \\ &\int_0^R \alpha^2\, r\, d\, r = e\, R^2 \end{aligned}\right. \quad . . . (6)$$

Czyli, że krzywizna śmigi jest całkowicie określona trzema współczynnikami η_1, η_2, e. Ruch bijący śmig zależy zatem od trzech całek obejmujących masę śmigi „m" i jej ciężar G_1.

Jeżeli przyjmiemy, że ciężar śmigi rozłożony jest równomiernie wzdłuż jej długości, to równanie określające moment ciężaru śmigi według jej osi obrotu (poziomej) będzie:

$$M_1 = \int_0^R m . g . r\, d\, r = m . g . \frac{R^2}{2} = \mu\, G_1\, R \quad . . . (7a)$$

gdzie $g =$ jest przysp. ziemskiem, zaś $m =$ masa śmigi na jednostkę długości.

$$I_1 = \int_0^R m \cdot r^2\, d\, r = \mu_2 \frac{G_1}{g} R^2 \quad . \; . \; . \quad (7b)$$

Równanie to określa moment bezwładności śmigi względem jej osi poziomej wahania.

$$J_1 = \int_0^R m\, h\, r\, d\, r = \varepsilon\, I_1 \quad . \; . \; . \quad (7c)$$

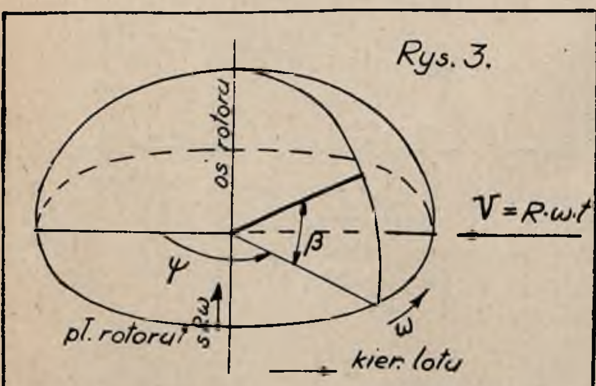
Równanie to daje nam biegunowy moment bezwładności śmigi względem jej osi wahania.

Jeżeli przyjmiemy jednostajne rozłożenie masy śmigi, a jej wygięcie za łuk koła to współczynniki powyższe mają wartości:

$$\mu_1 = 0{,}5 \quad \eta_1 = 2/3\ \varepsilon$$
$$\mu_2 = 1/3 \quad \eta_2 = 1/3\ \varepsilon \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$
$$\text{zaś } e = 8/3\ \varepsilon^2$$

Dla typowej wartości $\varepsilon = 0{,}03$, otrzymujemy

$$\eta_1 = 0{,}02$$
$$\eta_2 = 0{,}01$$
$$e = 0{,}0024$$



Rys. 3.

Położenie śmigi w każdej chwili jest ściśle określone jej kątem obrotu ψ (Rys. 3) (od położenia zerowego), oraz kątem β wzniesienia śmigi ponad płaszczyznę idealną rotoru. Ponieważ kąty α oraz β są bardzo małe, możemy napisać równanie ruchu bijącego śmigi w postaci:

$$\int_0^R m\, r^2\, \ddot{\beta}\, d\, r = \int_0^R \frac{d\, T_1}{d\, r}\, r\, d\, r - \int_0^R m\, g\, r\, d\, r -$$
$$- \int_0^R m\, \omega^2\, r\, (r\, \beta + h)\, d\, r \text{ lub} \quad . \; . \; . \quad (9)$$

$$I_1\, (\ddot{\beta} + \omega^2\, \beta) = (T \cdot M_1) - M_1 - \omega^2\, J_1 \; . \; . \; . \quad (10)$$

przyczem wskaźnik „I" oznacza, że wartości te odnoszą się do jednej śmigi (zaś $\ddot{\beta}$ oznacza przyśpieszenie kątowe ruchu bijącego).

Widzimy, że wyraz po lewej stronie równania 9 jest masowym momentem bezwładności śmigi według jej osi wahania, pierwszy wyraz po prawej stronie jest momentem siły nośnej według osi wahania, drugi wyraz jest momentem ciężaru śmigi według jej osi wahania, zaś wyraz trzeci momentem siły odśrodkowej śmigi.

Kąt β jak już powiedziano, jest zmienny, gdyż śmiga wykonuje kolejno ruch wgórę i wdół, zależnie od swego położenia, czyli od kąta ψ. Kąt β jest zatem (przy danych wymiarach śmigi, jej ciężarze, kącie nastawienia i ilości obrotów), pewną funkcją kąta ψ, przyczem należy zaznaczyć, iż ruch bijący śmigi jest ruchem perjodycznym. Jak wiadomo, można według Fourrier'a prawie każdą dowolną funkcję przedstawić jako sumę sinusoid, a zatem każde perjodyczne wahanie można rozłożyć na pewną liczbę sinusoid o 1 — 2 — 3 ...n perjodach i dowolnem przesunięciu fazy. Glauert zakłada, iż funkcję $\beta = f(\psi)$ można rozwinąć w szereg Fourrier'a — co dobrze zgadza się z rzeczywistością. Zatem otrzymamy:

$$\beta = a_0 - a_1 \cos. \psi - b_1 \sin. \psi - a_2 \cos. 2\psi - b_2 \sin. 2\psi \quad (11)$$

przyczem w myśl poprzednio podanych założeń zachowujemy tylko dwa pierwsze wyrazy harmoniczne, a zatem równanie przybierze postać:

$$\beta = a_0 - a \cos. \psi - b_1 \sin. \psi \quad . \; . \; . \quad (12)$$

Wartości a_0, a_1, b_1 można w przybliżeniu określić następująco:

Oznaczając przez β_a, β_c, β_b, β_d wartość kąta β dla $\psi = 0^0$, 90^0, 180^0 i 270^0 można udowodnić, iż (zaniedbując wyrazy harmoniczne 4-go i wyższych rzędów

$$a_0 = \frac{1}{4} [\, \beta_a + \beta_b + \beta_c + \beta_d \,] \quad . \; . \; . \quad (13)$$

zaś zaniedbując wyrazy harmoniczne 3-go i wyższych rzędów:

$$a_1 = {}^1/_2\ (\beta_a - \beta_c)$$
$$b_1 = {}^1/_2\ (\beta_b - \beta_d) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Wartość a_0 zależy w pierwszem przybliżeniu od:

1) momentu ciężaru śmigi według jej osi (mom. ten jest w przybliżeniu stały),

2) momentu siły odśrodkowej (proporcj. do ω^2),

3) momentu siły nośnej (w przybl. prop. do ω i niezależny od kąta natarcia).

Czyli, że a_0 jest funkcją ω, którą to funkcję można przedstawić w postaci:

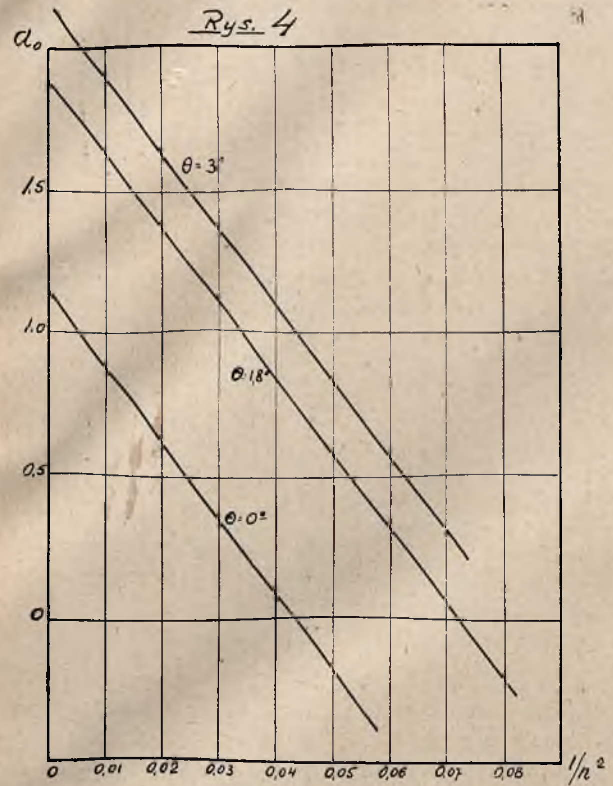
$$a_0 = A - \frac{M_1}{I_1 \cdot \omega^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

gdzie A jest wartością stałą.

Na rys. 4 mamy wykreślone a_0 w zależności od

$$\frac{1}{n^2} - \left(\text{prop. do } \frac{1}{\omega^2}\right)$$

Doświadczenia wykazały, iż dla danej śmigi na każdym kącie zaklinowania funkcja $a_0 = f\left(\frac{1}{n^2}\right)$ jest linją prostą:

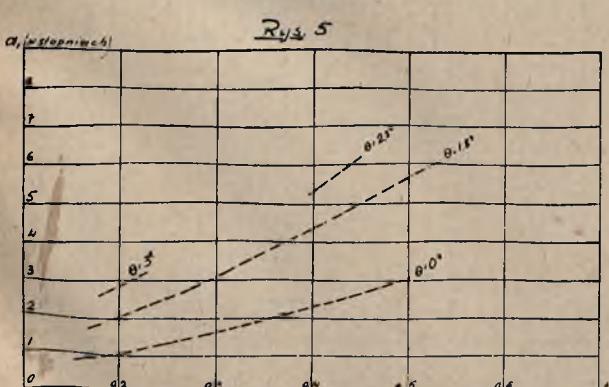


Współczynnik a_1 przedstawia pół składowej wahania w płaszczyźnie symetrji. Rys. 5 pokazuje nam ten współczynnik w funkcji $t = \frac{V \cos. i}{R\omega}$. Widzimy tam, iż a_1 rośnie wraz z kątem zaklinowania śmigi Θ oraz wraz z „t". Współczynnik b_1 przedstawia boczne nachylenie koła, po którem poruszają się końce śmig. Wraz z tym współczynnikiem należy rozpatrzeć siłę boczną Z, a to z powodów następujących:

Wartości b_1 i Z stają się równe zeru dla nieskończenie ciężkich, równych śmig — ponieważ wtedy kąt wychylenia „β" jako też krzywizna śmigi są równe zeru.

Zniknięcie b_1 i Z dla prostych śmig zależy w dużem przybliżeniu od zniknięcia kąta a_0.

Te wyniki zależą od założenia początkowego, mianowicie, że szybkość przepływu powietrza dzięki interferencji strug (patrz niżej) jest stała na całej powierzchni rotoru, jednak H. Glauert sądzi, iż zakrzywienie strumienia daje początek wystąpienia współczynników b_1 i Z i otrzymuje równania (rozdział III i X) pod założeniem, iż szybkość indukowana zmienia się linjowo wraz ze współrzędną kątową położenia śmigi.



Na modelach wykazano, iż zmiana ciężaru śmigi i jej siły odśrodkowej zmienia b. znacznie a_0 wraz ze zmianą ilości obrotów rotoru, co daje t. zw. fikcyjny „efekt skali".

Ten „efekt skali" wpływa też na b_1 i Z w takim stopniu, w jakim zależą one od a_0, co się zaś tyczy ich zależności od krzywizny strumienia *) to „efekt skali" nie daje się odczuć.

Glauert przyjmuje cylindryczne zakrzywienie pola — celem wyjaśnienia faktu istnienia siły bocznej.

Równanie 11 podaje nam kąt wychylenia śmigi w zależności od kąta obrotu rotoru ψ. Współczynniki zawarte w tem równaniu możemy wyliczyć według Lock'a z następujących równań:

$$a_0 = C \left\{ \frac{1}{3} s + \frac{1}{4} \Theta (1 + t^2) \right\}$$

$$a_1 = a'_1 - \frac{2}{3} t\, b_2 \text{ gdzie: } a'_1 = \frac{2t\left(s + \frac{4}{3}\Theta\right)}{1 - \frac{1}{2} t^2} \quad \ldots (16)$$

$$b_1 = \frac{\frac{4}{3} t\, a_0}{1 + \frac{1}{2} t_2} + \frac{2}{3} t\, a_2$$

oraz:

$$3 a_2 - \frac{1}{2} C b_2 = C \left[- \frac{1}{4} t^2 \Theta + \frac{1}{3} t\, a_1 \right]$$

$$\frac{1}{2} C a_2 + 3 b_2 = C \left[- \frac{1}{4} t^2 a_0 + \frac{1}{3} t\, b_1 \right] \quad \ldots (17)$$

W równania 17 jest zupełnie wystarczające wstawić:

$$a_0 = \left[\frac{1}{3} s + \frac{1}{4} \Theta \right]$$

$$a_1 = 2t \left[s - \frac{4}{3} \Theta \right]$$

$$b_1 = \frac{4}{3} t\, a_0 \quad \ldots\ldots (17a)$$

W równaniach tych współczynnik C (wynoszący dla

*) Teorja wykazuje, iż „pole przepływu" powietrza nie jest płaskie lecz posiada pewną krzywiznę.

normalnych maszyn około 5 do 10) określa się równaniem (stosunek wyporu do siły odśrodkowej):

$$C = \frac{c \frac{\gamma}{g} \alpha R^4}{I_1},$$

gdzie jak wiadomo

$$I_1 = \mu_2 \frac{G_1}{g} R^2 \text{ (rów. 7b)} \quad . \; . \; . \; . \quad (17b)$$

Przykład: Załóżmy ciężar śmigi

G_1 = 16,5 kg
R = 5,5 m
c = 0,25 m
n = 215 obr. rot. na min. (można obliczyć z równania 50 lub 81)
V = 170 km/godz.

Wówczas $t = \frac{R\omega}{V} = 0{,}38$, zaś α możemy przyjąć ok. 3%.

Skąd otrzymujemy

$$C = \frac{0{,}25 \, . \, 3 \, . \, 5{,}5^4}{8 \, . \, 17} \quad \text{gdyż } I_1 = \frac{1}{3} \, \frac{16{,}5}{9{,}81} \, 5{,}5^2 = 17 \text{ kgm}$$

zatem $C = 5{,}25$, zaś kładąc $s = 0{,}022$ (por. równ. 57) $\Theta = 2^0$

otrzymamy:

$$a_0 = 5{,}25 \left\{ \frac{1}{3} \, 0{,}022 - \frac{1}{4} \, 2^0 \left(1 - t^2\right) \right\} = 3{,}05^0$$

$$a'_1 = \frac{0{,}76 \left(0{,}022 + \frac{4}{3} \, 2 \right)}{1 - \frac{1}{2} \, 0{,}145} = 2{,}2^0$$

z równań 17a wyliczamy analogicznie:

$$a_1 = 0{,}76 \left(0{,}022 - \frac{4}{3} \, 2 \right) = 2{,}05$$

$$b_1 = \frac{4}{3} \, 0{,}38 \, . \, 2{,}67 = 1{,}36$$

$$a_0 = 5{,}25 \left(\frac{1}{3} \, 0{,}022 - 0{,}5 \right) = 2{,}67$$ i wstawiamy w równania 17, wtedy otrzymujemy:

$$3a_2 - \frac{1}{2} \, 5{,}25 \, b_2 = 5{,}25 \left\{ - \frac{1}{4} \, 0{,}38^2 + \frac{1}{3} \, 0{,}38 \, . \, 2{,}05 \right\} = 0{,}99$$

oraz:

$$\frac{1}{2} \, 5{,}25 \, a_2 - 3b_2 = 5{,}25 \left\{ - \frac{1}{4} \, 0{,}38^2 \, . \, 2{,}67 + \frac{1}{3} \, 0{,}38 \, . \, 1{,}36 \right\} = 0{,}395$$

po rozwiązaniu tych równań otrzymujemy:

$$a_2 = 0{,}254 \text{ zaś } b_2 = -\, 0{,}089$$

czyli ostatecznie:

$$a_1 = a'_1 - \frac{2}{3} \, 0{,}38 \, . \, b_2 = 2{,}2 + \frac{2}{3} \, 0{,}38 \, . \, 0{,}089 = 2{,}22$$

$$b_1 = \frac{\frac{4}{3} \, 0{,}38 \, . \, 3{,}05}{1 + \frac{1}{2} \, 0{,}38^2} + \frac{2}{3} \, 0{,}38 \, . \, 0{,}254 = 1{,}44 + 0{,}0644 = 1{,}504$$

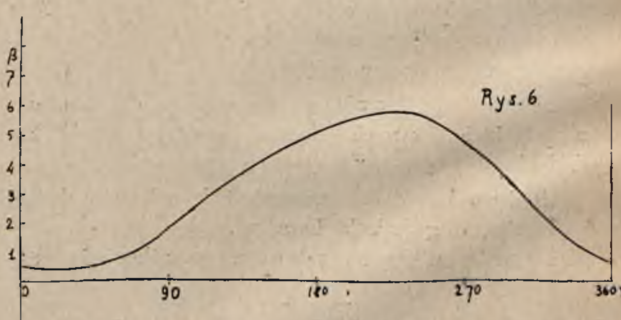
Zatem otrzymamy równanie:

$$\beta = 3{,}05 - 2{,}22 \cos \psi - 1{,}5 \sin \psi - 0{,}254 \cos 2\psi + 0{,}089 \sin 2\psi$$

Ustawiamy tabelkę (patrz niżej):

Na wykresie 6 mamy przedstawioną tę funkcję. Jak widzimy najmniejszy kąt $\beta = 0{,}51^0$ otrzymaliśmy przy $\psi = 45^0$, następnie śmiga zaczyna iść wgórę (pod wpływem sił aerodynamicznych) i siłą swej bezwładności osiąga punkt szczytowy wzniesienia po przekroczeniu skrajnego położenia, gdyż dopiero przy kącie $\psi = 225$. Odrazu widzimy, iż kąt ten odpowiada kątowi 45°, czyli, że, gdy jedna ze śmig jest wzniesiona pod kątem 5,77° to śmiga przeciwległa ma wtedy kąt wzniesienia tylko 0,5°.

Fakt ten jest rzeczą bardzo ważną przy konstrukcji



Rys. 6

ψ =	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
cos. ψ	1	0,707	0	—0,707	—1	—0,707	0	0,707	1	
sin. ψ	0	0,707	1	0,707	0	—0,707	—1	—0,707	0	
cos. 2ψ	1	0	—1	—0,707	1	0	—1	0	1	
sin. 2ψ	0	1	0	—0,707	0	1	0	—1	0	
β =	0,576°	0,51°	1,8°	3,67°	5,016°	5,77°	4,80°	2,45°	0,576°	stopnia

autożyra, gdyż pociąga za sobą konieczność odpowiedniego ustawienia osi rotoru.

Dla kontroli sprawdzamy równania 13 i 14:

$$a_0 = \frac{1}{4}\left(0{,}576 + 1{,}8 + 5{,}016 + 4{,}8\right) = \frac{12{,}2}{4} = 3{,}05$$

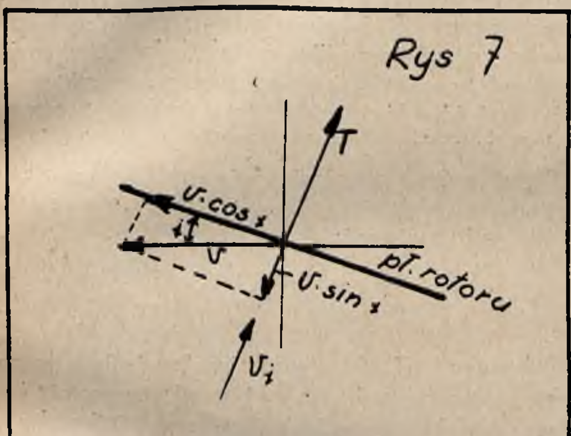
$$a_1 = \frac{1}{2}\left(0{,}567 - 5{,}016\right) = 2{,}22$$

$$b_1 = \frac{1}{2}\left(1{,}8 - 4{,}8\right) = 1{,}5$$

Jak widzimy równania te sprawdzają się zupełnie dokładnie.

III. INTERFERENCJA STRUG.

Autożyro lecące na kącie natarcia „*i*" rys. 7 z szybkością *V* jest w zasadzie wiatrakiem opadającym z szybkością *V. sin.* i posuwającym się z szybkością *V. cos.* i w swej płaszczyźnie obrotu. Jednak zważywszy, że kąt „*i*" jest naogół bardzo mały, szybkość *V. cos.* i jest



znacznie większą od szybkości *V . sin. i*, czyli, że szybkość indukowana odpowiada raczej takiejże szybkości profilu skrzydłowego, niż śmigła. Przy normalnym profilu lotniczym (jeśli nie uwzględnimy wiskozy), istnieje, jak udowodnił Żukowski, wypór, mimo, iż opór jest równy zeru. W rzeczywistości wpływ wiskozy daje siły styczne dające opór, a przy samym profilu powstaje wskutek tego warstwa wirów (wskutek zmiany szybkości powietrza opływającego profil). Obecność tych wirów daje (jak udowodnił Żukowski), początek nowej szybkości prostopadłej do szybkości poprzedniej — jest to tak zwana szybkość indukowana, określona według Betz'a równaniem:

$$V_i = -\frac{1}{\pi} C_y \frac{V \cdot F}{b^2} \quad \ldots \ldots (18)$$

gdzie *b* — rozpiętość płata, *F* — jego powierzchnia.

Odpowiedni opór indukowany

$$C_{x\,i} = \frac{C_y^{\,2}}{\pi} \cdot \frac{F}{b^2} \quad \ldots \ldots (19)$$

Zatem szybkość indukowana *Vi* jest równoległa do osi rotoru.

Przyjmijmy na razie, iż wielkość jej jest stała na całej powierzchni rotoru.

Zatem wypadkowa szybkość *V'* z szybkości rzeczywistej *V* i szybkości indukowanej *Vi* może być określona równaniem:

$$V'^2 = (V - V_i \cdot \sin. i)^2 + V_i^{\,2} \cos.^2 i =$$
$$= (V \sin. i - V_i)^2 + V^2 \cos.^2 i \quad \ldots (20)$$

H. Glauert proponuje na określenie szybkości indukowanej *Vi* równanie:

$$V_i = \frac{T}{2\pi R^2 \rho V'} \quad \text{gdzie } \rho = \frac{\gamma}{g} \quad \ldots (21)$$

Jeżeli „*i*" oraz *T* są małe możemy napisać w przybliżeniu:

$$V_i = \frac{T}{2\pi R^2 \rho V} \quad \ldots \ldots (22)$$

Jak łatwo zauważyć jest to normalne równanie dla szybkości indukowanej skrzydła o rozpiętości $b = 2R$, dającego wypór *T* albowiem podstawiając:

$$T = C_y V^2 \frac{\rho}{2} F \quad \text{otrzymamy:}$$

$$V_i = \frac{C_y V^2 F \cdot \rho}{4 R^2 \pi \cdot \rho V} = \frac{C_y V F}{4 R^2 \pi} = \frac{C_y F \cdot V}{\pi b^2}$$

Jeżeli teraz $i \simeq 90^0$ to otrzymujemy:

$$T = 2\pi R^2 \rho (V - V_i) V_i \quad \ldots (23)$$

zwykłe równanie momentów dla śmigła.

Widzimy zatem, iż ważność równania 21 obowiązuje dla dość dużego zakresu kątów natarcia. Stąd szybkość osiowa prostopadła do płaszczyzny rotoru wyrazi się równaniem:

$$u = V \sin. i - V_i = s R \omega \quad \ldots (24)$$

zaś współcz. „*s*" określa się równaniem:

$$s = \frac{u}{R\omega} \quad \frac{\text{szybkość osiowa}}{\text{szybkość obwodowa końca śmigi}} \quad \ldots (25)$$

czyli, że równanie 21 można wyrazić wzorem:

$$t \sin. i = s + \frac{0{,}5\, T_c}{\sqrt{t^2 \cos.^2 i + s^2}} \quad \ldots (26)$$

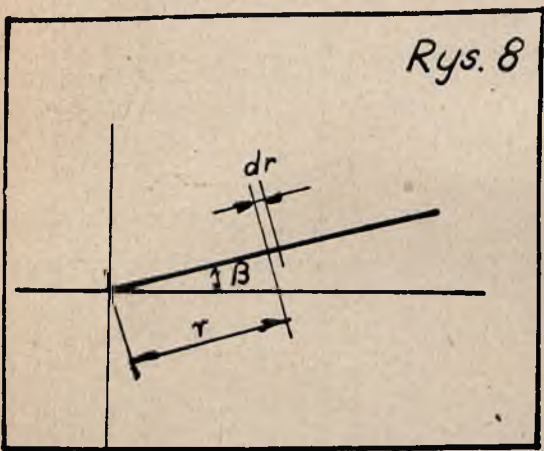
po wstawieniu odpowiednich wartości z równań „2" i kładąc $t = \frac{V}{R\omega}$.

Dla małych kątów natarcia możemy z dostatecznem przybliżeniem pominąć wyraz „*s*" jako bardzo mały w porównaniu do *t* cos. *i* zaczem otrzymamy:

$$t\,(t \cdot i - s) = 0{,}5\, T_c \quad \ldots \ldots (27)$$

IV. SZYBKOŚĆ W ODNIESIENIU DO ELEMENTU ŚMIGI.

Uważajmy element łopatki śmigłowej dr w odległości r od osi rotoru. Położenie śmigi określone jest kątem ψ od położenia zerowego. (Rys. 8).



Dzięki ruchowi wahającemu śmigi i jej zakrzywieniu element śmigi jest nachylony pod niewielkim kątem ($\beta + \alpha$) do linji prostopadłej do osi rotoru. Jak widzieliśmy szybkość powietrza względem rotoru ma składową $u = V \sin. i - V_i$ równoległą do osi rotoru, oraz $V \cos. i$ prostopadłą do osi rotoru, podczas gdy element śmigi ma szybkość obrotową kątową (ω) wokoło osi rotoru, oraz szybkość kątową „β" wokoło osi zawieszenia śmigi. Zatem szybkość powietrza względem elementu śmigi posiada następujące składowe (rys. 9).

Szybkość prostopadła do osi rotoru:

$$W \cos. \Phi = \omega r + V \cos. i \sin. \psi, \quad . . . \quad (28)$$

zaś szybkość równoległa do osi rotoru

$$W \sin. \Phi = u - r \beta - (\beta + \alpha) V \cos. i \sin \psi \quad . . . \quad (29)$$

szybkość promieniowa wzdłuż elementu $d\, r$:

$u (\beta + \alpha) + V \cos. i \cos. \psi$ szybkość tę zaniedbujemy (30)

Zatrzymując jedynie pierwsze harmoniczne wyrazy dla kąta ψ i zakładając, że kąt Φ jest mały otrzymujemy:

$$W = \omega r + V \cos. i \sin. \psi \quad . . . \quad (31)$$

$$W \Phi = \omega R . s - \omega r \beta_1 \sin. (\psi - \psi_1) - (\beta_0 + \alpha) V \cos. i \cos. \psi \text{ oraz analogicznie: } . . . \quad (32)$$

$$W^2 = \omega^2 r^2 + 2 r V . \cos. i \sin. \psi$$

$$\Phi W^2 = \omega^2 R . r . s - 2 \omega R s V \cos. i \sin. \psi - \omega^2 . r^2 \beta_1 \sin. (\psi - \psi_1) - \omega r (\beta_0 + \alpha) V \cos. i \cos. \psi$$

$$\Phi^2 W^2 = \omega^2 r^2 s^2 - 2 \omega^2 R r s \beta_1 \sin. (\psi - \psi) - 2 \omega R s (\beta_0 + \alpha) V \cos. i \cos. \psi \quad . . . . \quad (33)$$

Założenia, na których oparto powyższe równania obowiązują oczywiście jedynie w pewnych określonych granicach. W pobliżu piasty każdej ze śmig, oraz na znacznej części śmig idących do tyłu kąt Φ przestaje być małym ponieważ strumień powietrza (przy nasadzie śmigi idącej do tyłu, wskutek małej szybkości obwodowej w tem miejscu), uderza wtedy w krawędź odpływu profilu. W pobliżu piasty śmigi przybliżenia te są zatem nie ważne, co nie ma jednak praktycznego znaczenia, jednak o ile założenia powyższe nie obowiązują na znacznej długości śmig biegnących do tyłu, to metody obliczeń powyższych przestają być ważne. Nie można wyznaczyć tu oczywiście dokładnej granicy, jednak Glauert w swej pracy zakłada, iż składowa $W \cos.$ musi być dodatnia na zewnętrznej długości połowy śmigi biegnącej do tyłu. Zatem granica ważności powyżej wyprowadzonych wzorów określałaby się równaniem:

$$\frac{V \cos. i}{R \omega} < 0{,}5 \quad . . . . . . \quad (34)$$

Współczynnik wyporu i oporu elementu śmigi zależne są od dwóch rodzajów ruchu śmigi na danym kącie natarcia elementu $\varphi = (\Theta + \Phi)$.

Dla małych kątów natarcia współczynnik wyporu jest proporcjonalny do kąta natarcia, gdyż profil śmigi jest symetryczny. Również opór profilu pociąga za sobą tylko małą poprawkę dla siły wypadkowej, tak, iż można przyjąć jako opór profilu pewien opór średni niezależny od kąta natarcia. Ten współczynnik oporu oznaczamy przez „δ". Wartość ta jest oczywiście większą, niż opór rzeczywisty profilu na małych kątach natarcia, jednak należy wziąć pod uwagę, że współczynnik oporu rośnie na śmidze biegnącej do tyłu skutkiem rosnącego tam kąta natarcia.

Dalsze zatem rozważania opieramy na założeniu określającem zależność wyporu i oporu od kątów Θ oraz Φ według równań:

$$K_D = 3 (\Theta + \Phi)$$

$$K_L = \delta \quad . . . . \quad (35)$$

Założenie, iż K_L jest proporcjonalne do kąta natarcia jest ważne tylko do pewnych granic i przestaje być takiem, gdy kąt natarcia osiąga wartość krytyczną, czyli w pobliżu utraty szybkości. Symetryczny profil Göttingen 429, lub R. A. F. 30, które stosuje się na śmigi rotoru osiąga tę granicę przy 9°, czyli 0,16 radjana, a zatem granica ważności tych wzorów jest określona równaniem:

$$\Theta + \Phi < 0{,}15 \text{ rad.} \quad . . . . . \quad (36)$$

Opuszczając wyrazy perjodyczne z równania 31 i 32 otrzymujemy:

$$\Phi = \frac{s R}{r} \quad . . . . . . \quad (37)$$

i jeżeli elementy śmigi pracują poniżej kąta krytycznego na zewnętrznych połowach śmig, natenczas musi być:

$$\Theta + 2 s < 0{,}15 \text{ rad.} \quad . . . . . \quad (38)$$

Warunek ten zgóry nakłada granicę dla kąta zaklinowania łopatki Θ, dla którego ważne są niniejsze rozważania. Odpowiednie wyliczenia dają nam, po uwzględ-

nieniu wartości s wyliczonej w dalszym ciągu niniejszej pracy (Rozdział VII), wartości graniczne:

$\delta =$	0,004	0,006	0,008	0,010
$\Theta =$	7,8°	7,4°	7,0°	6,6°

V. CIĄG ROTORU W GÓRĘ.

Dla jednej śmigi rotoru (znak „I") mamy równanie określające ciąg elementarny:

$dT_1 = 3(\Theta + \Phi)\, c\rho W^2\, dr$ jednak na mocy równania 33 mamy:

$$3(\Theta + \Phi) W^2 = 3\omega^2 [\Theta r^2 + s r R] + \sin.\psi \{3(2\Theta r + Rs)\,\omega V \cos. i - 3\omega^2 r^2 \beta_1 \cos.\psi_1\} + \cos.\psi \{3\omega^2 r^2 \beta_1 \sin.\psi_1 - 3\omega r(\beta_0 + \alpha) V \cos. i\} \ldots (39)$$

Jeśli teraz zsumujemy wyrażenia dla wszystkich śmig rotoru to perjodyczne wyrazy się znoszą, a zatem całkowity wypór (prostop. do pow. rotoru) wyrazi się równaniem:

$$dT = 3Bc\rho\omega^2(\Theta r^2 + sRr)\, dr$$

czyli:

$$T = 3B \,.\, c\rho\omega^2\left(\Theta\frac{1}{3}R^3 + sR\frac{R^2}{2}\right) \quad . \; . \; . \; (40)$$

$$T = Bc\rho\omega^2 R^3\left(\Theta + \frac{3}{2}s\right).$$

Jednak BcR jest całkowitą powierzchnią śmig, zaś $\sigma = \frac{Bc}{R\pi}$, przyczem według równania 2 mieliśmy: $T = T_c \pi R^2 \rho\omega^2 R^2$ gdy wstawić tę watość w równanie 40 to otrzymamy:

$$T_c\pi R^2\rho\omega^2 R^2 = Bc\rho\omega^2 R^3\left(\Theta + \frac{3}{2}s\right)$$

a zatem:

$$T_c\pi R = Bc\left(\Theta + \frac{3}{2}s\right)$$

czyli ostatecznie:

$$T_c = \sigma\left(\Theta + \frac{3}{2}s\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; (41)$$

jest to współczynnik siły ciągu rotoru prostopadłej do jego powierzchni.

By wyznaczyć wypór przypadający na jedną śmigę T_1 całkujemy wyraz perjodyczny z równania 39 przyczem otrzymujemy:

$$c\rho\omega^2 R^3\left\{\sin.\psi\left[3(\Theta + s)\frac{V\cos. i}{\omega R} - \beta_1\cos.\psi_1\right] + \cos.\psi\left[\beta_1\sin.\psi_1 - \left(\frac{3}{2}\beta_0 - 3\eta_1\right)\frac{V\cos. i}{\omega R}\right]\right\}$$

zaś wstawiając wartości z równania 47, otrzymamy:

$$c\rho\omega^2 R^3\left\{\left(\frac{1}{3}\Theta + s\right)\sin.\psi - \left(\frac{1}{6}\beta_0 - 3\eta_1 + 8\eta_2\right)\cos.\psi\right\}\frac{V\cos. i}{\omega R}$$

tak, że wypór dla jednej śmigi wyrazi się równaniem:

$$\frac{T_1}{c\rho\omega^2 R^3} = \left(\Theta + \frac{3}{2}s\right) + \left\{\left(\frac{1}{3}\Theta + s\right)\sin.\psi - \left(\frac{1}{6}\beta_0 - 3\eta_1 + 8\eta_2\right)\cos.\psi\right\}\frac{V\cos. i}{\omega R}$$

wstawiając np. $B = 4$, $\Theta = 2^0$, $\sigma = 0{,}2$, $\delta = 0{,}006$, $\varepsilon = 0{,}03$ otrzymamy:

$$T_1 = c\rho\omega^2 R^3\left\{0{,}068 + \left[0{,}034\sin.\psi - 0{,}039\cos.\psi\right]\frac{V\cos. i}{\omega R}\right\}.$$

Ponieważ poprzednio założyliśmy jako granicę ważności naszych wzorów stosunek maksymalny $\frac{V\cos. i}{\omega R} = 0{,}5$ (co zachodzić może przy bardzo dużych szybkościach autożyra) to możemy przekonać się, iż wypór na jednej śmidze waha się w granicach 38% w obie strony od swej średniej wartości.

VI. MOMENT CIĄGU I RUCH WAHAJĄCY ŚMIG.

Moment wyporu dla jednej śmigi wyrazi się równaniem:

$$r\,dT_1 = 3(\Theta + \Phi)\, c\rho W^2 r\, dr \quad . \; . \; . \; (43)$$

Jak już powiedziano wyżej — przy rozpatrywaniu ruchu śmig, moment wyporu jest niezależny od kąta położenia śmigi ψ i ma wartość określoną równaniem:

$$\frac{(TM)_1}{R\,G_1} = \mu_1 + \mu_2(\beta_0 + \varepsilon)\frac{\omega^2 R}{g} \quad . \; . \; . \; (44)$$

po scałkowaniu równania 43 współczynnik przy sin. ψ ma wartość:

$$\left(2\Theta + \frac{3}{2}s\right)\omega R^3 V\cos. i - \frac{3}{4}\omega^2 R^4\beta_1\cos.\psi_1 = 0 \quad 45)$$

zaś przy cos. ψ współczynnik

$$\frac{3}{4}\omega^2 R^4\beta_1\sin.\psi_1 - (\beta_0 - 6\eta_2)\,\omega R^3 V\cos. i = 0 \quad (46)$$

lub:

$$\beta_1\cos.\psi = \frac{8}{3}\left(\Theta + \frac{3}{4}s\right)\frac{V\cos. i}{R\omega} \quad . \; . \; . \; (47)$$

oraz

$$\beta_1\sin.\psi = \frac{4}{3}(\beta_0 - 6\eta_2)\frac{V\cos. i}{R\omega}$$

stąd otrzymujemy:

$$\operatorname{tang}.\psi_1 = \frac{\frac{1}{2}\beta_0 - 3\eta_2}{\Theta + \frac{3}{4}s} \quad . \; . \; . \; . \; (48)$$

Moment wyporu na każdej ze śmig można zatem określić równaniem (na mocy równania 40):

$$(TM)_1 = c \rho \omega^2 R^4 \left(\frac{3}{4} \Theta + s \right) \quad . . . \quad (49)$$

a zatem przy pomocy równania 44 można określić wartość kąta wychylenia śmigi w górę β_0.

Zauważyć przytem należy, iż wartości kąta ψ oraz β_0 i β_1 są bardzo czułe na ciężar pojedyńczej śmigi i jej krzywiznę. Wartości te zmieniają się znacznie, gdy założymy szybkość pionową indukowaną jako perjodycznie zmienną.

Ponieważ w locie zachodzi równowaga wyporu i ciężaru maszyny zatem:

$$Q = T = B c \rho \omega^2 R^3 \left(\Theta + \frac{3}{2} s \right) \quad . . . \quad (50)$$

Równanie to pozwala nam określić przy danym ciężarze autożyra, danych wymiarach i ilości śmig, oraz kąta ich zaklinowania szybkość kątową „ω", a więc ilość obrotów rotoru.

Jak widzimy z równania tego otrzymujemy na ilość obrotów rotoru wartość stałą, co jednak nie jest całkiem ścisłe, gdyż w rzeczywistości obroty rotoru lekko się wahają (w granicach około 10%).

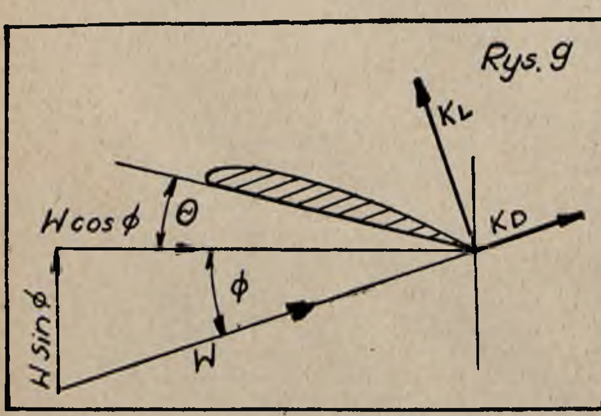
Równanie 44 w połączeniu z 49 i 50 daje nam:

$$\beta_0 + \varepsilon = \frac{g \rho \sigma \pi R^3}{\mu_2} \left\{ \frac{\left(\frac{3}{4} \Theta + s \right)}{B \; G_1} - \frac{\mu_1 \left(\Theta + \frac{2}{3} s \right)}{Q} \right\} \quad (51)$$

np. dla $\sigma = 0{,}2$, $\delta = 0{,}006$, $\frac{G_1}{Q} = 0{,}03$, $\frac{Q}{\pi R^2} =$ $+ 2$ funty/ stopę^2 $R = 17{,}5$ stóp (przykład zaczerpnięty z Glauert'a) mamy:

$$\beta_0 + 0{,}030 = 0{,}16 - 0{,}14 = 0{,}146$$
$$\beta_0 = 0{,}116 = 6{,}5^0$$
$$\text{tang. } \psi_1 = 0{,}54, \; \psi_1 = 28{,}5^0$$
$$\beta_1 = 0{,}157 \frac{V \cos. i}{R \omega} = 9^0 \frac{V \cos. i}{R \omega}$$

VII. MOMENT OBROTOWY. (Rys. 9).



$$\frac{d Q_1}{d r} = (K_D \cos. \Phi - K_L \sin. \Phi) \, c \rho W^2 r \cong (K_D - \Phi \, K_L) \, c \rho W^2 r = (\delta - 3 \, \Phi \, \Theta - 3 \, \Phi^2) \, c \rho W^2 r \quad (52)$$

na podstawie równania 33 mamy:

$$(\delta - 3 \, \Theta \, \Phi - 3 \, \Phi^2) \, W^2 = \omega^2 \, (\delta r^2 - 3 \, \Theta s R r - 3 \, s^2 R^2) + \sin. \psi \left\{ (2 \delta r - 3 \Theta s R) \, \omega V \cos. i + 3 \omega^2 (\Theta r^2 + 2 s R r) \, \beta_1 \cos. \psi_1 \right\} + \cos. \psi \left\{ 3 (\Theta r + 2 s R) \, \beta_0 + \alpha) \, \omega V \cos. i - 3 \omega^2 (\Theta r^2 + 2 s R r) \, \beta_1 \sin. \psi_1 \right\} \quad . . . . . . \quad (53)$$

Sumując wszystkie śmigi przekonamy się, iż wyrazy perjodyczne znikają, a zatem całkowity moment kręcący wyraża się równaniem:

$$Qc = B c \rho \omega^2 R^4 \left(\frac{1}{4} \delta - \Theta s + \frac{3}{2} s^2 \right)$$

czyli współczynnik Q_c według równania 2 wyrazi się $\left(\text{kładąc } \sigma = \frac{B c}{R \pi} \right)$ wzorem: . . . (54)

$$Q_c = \frac{1}{4} \sigma \left\{ \delta - 4 \, s \left(\Theta + \frac{3}{2} s \right) \right\} = \frac{1}{4} \sigma \delta - s \, T_c \quad (55)$$

Ponieważ dla ruchu jednostajnego moment kręcący musi być równy zeru, czyli $Q_c = 0$.

Zatem otrzymamy z równania 55 zależność:

$$\delta = 4 \, s \left(\Theta + \frac{3}{2} s \right) \quad . . . . \quad (56)$$

Równanie to określa nam współczynnik „s" w zależności od kąta nastawienia śmig Θ, oraz średniego współczynnika oporu profilu δ. Jak powiedzieliśmy poprzednio współczynnik „s" wyraża nam stosunek szybkości osiowej „u" do szybkości obwodowej końca śmigi $R \omega$, a zatem równania 50 i 56 wskazują nam, iż dany rotor autożyra pracuje przy określonych warunkach „ω" i „u", które są niezależne od kąta natarcia rotoru jako całości.

Z równania 56 otrzymujemy po przekształceniu:

$$s = \frac{1}{3} \left\{ \sqrt{\Theta^2 + \frac{3}{2} \delta} - \Theta \right\} \quad . . . \quad (57)$$

Poniższa tabelka podaje nam odpowiednie wartości dla „s" przeliczone według tego równania przyczem widzimy, iż wartość tego współczynnika jest (przy określonym kącie Θ i oporze δ) stałą niezależną od szybkości posuwistej ani też od kąta natarcia rotoru.

$\Theta =$	0	2^0	4^0	6^0
$\delta = 0$	0	0	0	0
$\delta = 0{,}003$	0,0224	0,0136	0,0090	0,0065
$\delta = 0{,}006$	0,0316	0,0220	0,0160	0,0121
$\delta = 0{,}010$	0,0408	0,0308	0,0237	0,0188

Moment obrotowy dla jednej śmigi określają wyrazy perjodyczne wg. równania 53, z którego otrzymujemy:

$$Q_1 = c\rho\omega^2 R^4 \left\{ \sin.\psi \left[\left(\frac{2}{3}\delta - \frac{3}{2}\Theta s \right) \frac{V \cos. i}{R\omega} + \right.\right.$$
$$+ \frac{3}{4}(\Theta + 2s)\beta_1 \cos.\psi_1 \Big] + \cos.\psi \Big[\Big(\Theta\beta_0 + 3s\beta_0 -$$
$$\left.\left. - 6\Theta\eta_2 - 6s\eta_1 \right) \frac{V \cos. i}{R\omega} - \left(\frac{3}{4}\Theta + 2s \right)\beta_1 \sin.\psi_1 \right] \Big\} \quad (58)$$

zaś wstawiając wartości z równania 47 otrzymujemy:

$$Q_1 = c\rho\omega^2 R^4 \left\{ \left[\left(\frac{2}{3}\delta + 2\Theta^2 + \frac{16}{3}s\Theta + 4s^2 \right) \sin.\psi + \right.\right.$$
$$\left.\left. + s\left(\frac{1}{3}\beta_0 - 6\eta_1 + 16\eta_2 \right)\cos.\psi \right] \frac{V \cos. i}{R\omega} \ldots \right\} \quad (59)$$

Wstawiając dla przykładu poprzednio przyjęte wartości, otrzymujemy:

$$\frac{Q_1}{c\rho\omega^2 R^4} = (0{,}0125 \sin.\psi + 0{,}0017 \cos.\psi) \frac{V \cos. i}{R\omega}$$

Zatem, moment ten działa hamująco na śmigę idącą do przodu, zaś napędzająco na śmigę, idącą do tyłu.

Fakt ten potwierdza się w praktyce, gdzie, jak wiadomo, przy rotorze np. czterośmigłowym, śmigi nie ustawiają się w locie (patrząc z góry) pod kątami do siebie prostopadłemi, lecz są nieco od tych położeń wychylone, a to: śmiga idąca do przodu jest nieco cofnięta, zaś śmiga, idąca do tyłu, nieco wysunięta w stosunku do położenia prostopadłego.

VIII. SIŁA PODŁUŻNA.

Siłę podłużną dla jednej śmigi wyliczamy z równania:

$$\frac{dH_1}{dr} = \frac{1}{r}\,\frac{dQ_1}{dr}\sin.\psi - \frac{dT_1}{dr}(\beta + \alpha)\cos.\psi \quad (60)$$

gdzie

$$\beta = \beta_0 + \cos.(\psi - \psi_1).$$

By otrzymać sumę tych sił dla wszystkich śmig, wystarczy (jak udowodnił Glauert) opuścić wyrazy o potęgach nieparzystych sin ψ oraz cos ψ w rozwinięciu powyższego równania, oraz zastąpić $\sin^2\psi$ i $\cos^2\psi$ przez 0,5 B. Biorąc pod uwagę równania 39 i 53, otrzymujemy równanie na siłę podłużną w formie:

$$\frac{2}{Bc\rho}\,\frac{dH}{dr}\,(2\delta r - 3\Theta s R)\,\omega V \cos. i + 3\omega^2(\Theta r^2 +$$
$$+ 2sRr)\beta_1 \cos.\psi_1 - 3\omega^2 r^2(\beta_0 + \alpha)\beta_1 \sin.\psi_1 +$$
$$+ 3\omega r(\beta_0 + \alpha)^2 V \cos. i + 3\omega^2(\Theta r^2 +$$
$$+ sRr)\beta_1 \cos.\psi_1 \quad \ldots\ldots \quad (61)$$

całkując otrzymamy:

$$\frac{2H}{Bc\rho\omega^2 R^3} = \Big(\delta - 3\Theta s + \frac{3}{2}\beta_0^2 - 6\beta_0\eta_1 +$$
$$+ 3e \Big) \frac{V \cos. i}{R\omega} + \left(2\Theta + \frac{9}{2}s \right)\beta_1 \cos.\psi_1 -$$
$$- (\beta_0 - 6\eta_2)\beta_1 \sin.\psi_1 \quad \ldots\ldots \quad (62)$$

zaś podstawiając wartości z równania 47, otrzymujemy:

$$\frac{H}{Bc\rho\omega^2 R^3} = \Big\{ \frac{1}{2}\delta + \frac{8}{3}\Theta^2 + \frac{13}{2}\Theta s + \frac{9}{2}s^2 +$$
$$+ \frac{1}{12}\beta_0^2 + (8\eta_2 - 3\eta_1)\beta_0 - 24\eta_2^2 +$$
$$+ 0{,}5\,e \Big\} \frac{V \cos. i}{R\omega} \quad \ldots\ldots \quad (63)$$

Wstawiając wartości, jak poprzednio, otrzymamy stosunek siły podłużnej do siły nośnej

$$\frac{H}{T} = 0{,}264\,\frac{V \cos. i}{R\omega}.$$

Ostatnie wyrazy równania, zależą od ciężaru i krzywizny śmigi, więc trudno jest ocenić ich prawdziwą wartość. Dlatego H. Glauert proponuje przyjęcie równania, przybliżonego w postaci:

$$H_c = \sigma \left(\frac{1}{2}\delta + \frac{8}{3}\Theta^2 + \frac{13}{2}\Theta s + \frac{9}{2}s^2 \right) \frac{V \cos. i}{R\omega} =$$
$$= \sigma \left(\frac{8}{3}\Theta^2 + \frac{17}{2}\Theta s + \frac{15}{2}s^2 \right) \frac{V \cos. i}{R\omega}$$

na podstawie równ. 56.

Równanie to daje dostatecznie dokładne wyniki dla dużych kątów natarcia, natomiast pełne równanie można używać dla małych kątów natarcia oraz gdy jest wymagana znaczna dokładność obliczeń.

IX. SIŁA BOCZNA.

Siła boczna dla jednej śmigi wyraża się równaniem:

$$\frac{dZ_1}{dr} = -\frac{1}{r}\,\frac{dQ_1}{dr}\cos.\psi - \frac{dT_1}{dr}(\beta + \alpha)\sin.\psi \quad (65)$$

postępując analogicznie, jak dla siły podłużnej, mamy:

$$\frac{Bc\rho}{2}\cdot\frac{dZ}{dr} = 3\omega^2(\Theta r^2 + 2sRr)\beta_1 \sin.\psi_1 -$$
$$- 3(\Theta r + 2sR)\,.\,(\beta_0 + \alpha)\,\omega V \cos. i - 3(2\Theta r +$$
$$+ sR)(\beta_0 + \alpha)\,\omega V \cos. i + 3\omega^2 r^2(\beta_0 + \alpha)\beta_1 \cos.\psi_1 +$$
$$+ 3\omega^2(\Theta r^2 + sRr)\beta_1 \sin.\psi_1$$

całkując powyższe równanie, otrzymujemy:

$$\frac{2Z}{Bc\rho\omega^2 R^3} = \left(9\Theta\eta_1 - \frac{9}{2}\Theta\beta_0 - 9s\beta_0 \right) \frac{V \cos. i}{\omega R} +$$
$$+ (\beta_0 - 6\eta^2)\beta_1 \cos.\psi_1 + \left(2\Theta + \frac{9}{2}s \right)\beta_1 \sin.\psi_1$$

zaś podstawiając z równania 47 wartości dla $\beta_1 \sin.\psi_1$ oraz $\beta_1 \cos.\psi_1$ otrzymamy:

$$\frac{Z}{B\,c\,\rho\,\omega^2\,R^3} = \Big\{ \Theta \left(\frac{5}{12}\,\beta_0 + \frac{9}{2}\,\eta_1 - 16\,\eta_2\right) -$$

$$- s\left(\frac{1}{2}\,\beta_0 + 24\,\eta^2\right)\Big\} \frac{V \cos. i}{R\,\omega} \quad . \; . \; . \quad (66)$$

wstawiając jak poprzednio typowe wartości, dostajemy:

$$\frac{Z}{T} = -0{,}108\,\frac{V \cos. i}{R\,\omega}$$

równanie to wskazuje nam, iż siła boczna Z, skierowana jest w lewo dla śmig, idących do tyłu i jest proporcjonalna do szybkości postępowej autożyra.

Doświadczenia wykazały, iż (według wszelkiego prawdopodobieństwa) siła boczna skierowana jest w lewo, przy dużych szybkościach maszyny, przy małych zaś w prawo. Kierunek zmiany zatem siły bocznej w zależności od szybkości maszyny, otrzymaliśmy prawidłowy, jednak dla małych szybkości mamy niezgodność z teorją.

By tę niezgodność usunąć, konieczne staje się porzucenie naszego pierwotnego założenia, iż szybkość osiowa $u = V \sin i - v_i$ jest stałą na całej powierzchni rotoru i rozpatrzenie wpływu zmiennej szybkości indukowanej.

X. ZMIENNA SZYBKOŚĆ INDUKOWANA.

Dotychczas przyjmowaliśmy szybkość indukowaną v_i jako stałą na całej powierzchni rotoru, lecz jest jasne, iż (ze względów fizycznych) szybkość ta będzie większa na krawędzi odpływu, zaś mniejsza na krawędzi tarcia rotoru, uważanego jako jedna całkowita płaszczyzna.

Jeżeli założymy, iż wzrost szybkości indukowanej jest proporcjonalny do odległości poza środkiem powierzchni rotoru, to dla małych kątów natarcia możemy szybkość indukowaną przedstawić równaniem:

$$v'_i = v_i + v_1\,\frac{r}{R}\cos. \psi \quad . \; . \; . \; . \quad (67)$$

Dokładnej wartości dla v_1 nie można wyznaczyć, prawdopodobnie jednak jest ona tego samego rzędu co v_i. H. Glauert przyjmuje, że $v_1 = v_i$.

Poprzednio wyprowadziliśmy równanie dla szybkości indukowanej:

$$v_i = \frac{T}{2\pi R^2 \rho V} \text{ lub uwzględniając, że } t = \frac{V}{R\,\omega},$$

$$T_c = \frac{T}{\pi R^2 \rho\,\omega^2 R^2} \text{ otrzymamy } \frac{v_i}{\omega R} = \frac{T_c}{2t}$$

jeżeli teraz uwzględnimy zmienną szybkość indukowaną wzdłuż powierzchni rotoru, to otrzymamy równanie:

$$u' = \omega R\,(s - s_1 \cos. \psi) \text{ zamiast równania 24} \quad . \; . \; . \quad (68)$$

tutaj:

$$s_1 = \frac{v_1}{\omega R}\,\frac{r}{R} = \frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{st}\,\frac{r}{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (69)$$

Zatem równanie 39 oraz 53 należy uzupełnić następującemi wyrażeniami:

$$39' \quad \Delta \Big\{ 3\,(\Theta + \Phi)\,W^2 \Big\} = -3\,\omega^2 R\,r\,s_1 \cos. \psi = -$$

$$= -3\,\omega^2 r^2\,\frac{v_1 \,.\, T_c}{v_i \;\, 2t}\cos. \psi$$

$$53' \quad \Delta \Big\{ (\delta - 3\,\omega\,\Phi - 3\,\Phi^2)\,W^2 \Big\} =$$

$$\omega^2\,(3\,\Theta\,R\,r + 6\,s\,R^2)\,s_1 \cos. \psi = 3\,\omega^2\,(\Theta\,r^2 +$$

$$+ 2\,s\,R\,r)\,\frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{2t}\cos. \psi.$$

Jednak, mimo tych poprawek, całkowity wypór i moment obrotowy pozostają niezmienione, ponieważ średnia szybkość indukowana obliczona poprzednio, pozostaje niezmieniona. Zmienią się tylko perjodyczne części równań 39 i 53, ważne dla pojedyńczych śmig rotoru.

Również współczynnik przy $\cos. \psi$ w równaniu 47 zmieni się, jak poniżej:

$$47' \quad \Delta\,(\beta_1 \sin. \psi) = \frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{2\,t} = \frac{v_1}{v_i}\,\frac{v_i}{\omega\,R} = \frac{v_1}{\omega\,R}$$

a zatem kąt fazy ψ należy określić z równania:

$$\operatorname{tang.} \psi_1 = \frac{\frac{1}{2}\,\beta_1 - 3\,\eta^2 + \frac{3}{16}\,\frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{t}}{\Theta + \frac{3}{4}\,s} \quad . \; . \; . \quad (70)$$

równanie to zastępuje nam równanie 48.

Dla poprzednio przyjętych wartości

$$(\delta = 0{,}006, \; \Theta = 2^0, \; \eta_2 = 0{,}01)$$

otrzymujemy:

$$\operatorname{tang.} \psi_1 = 0{,}54 + \frac{0{,}05}{t^2}$$

Wzrost siły podłużnej H wyraża się równaniem:

$$\Delta \left(\frac{2}{B\,c\,\rho}\,\frac{d\,H}{d\,r}\right) = -3\,\omega^2 r^2\,(\beta_0 + \alpha)\,\Delta\,(\beta_1 \sin. \psi) +$$

$$+ 2\,\omega^2 R\,r\,s_1\,(\beta_0 + \alpha).$$

Jednak wyrazy te dla całego rotoru znikają, jak poprzednio, tak że wypór i opór pozostają niezmienione.

Wzrost siły bocznej Z otrzymamy z równania:

$$\Delta \left(\frac{2}{B\,c\,\rho}\,\frac{d\,Z}{d\,r}\right) = 3\,\omega^2\,(2\,\Theta\,r^2 + 3\,s\,R\,r)\,\Delta\,(\beta_1 \sin. \psi_1) -$$

$$- 3\,\omega^2\,(\Theta\,R\,r + 2\,s\,R^2)\,s_1 = 3\,\omega^2\,(\Theta\,r^2 + s\,R\,r)\,\frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{t}$$

stąd po scałkowaniu:

$$\Delta \left(\frac{Z}{B\,c\,\rho\,\omega^2 R^3}\right) = \left(\frac{1}{4}\,\Theta + \frac{3}{2}\,s\right)\frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{t} \quad . \; . \; . \quad (71)$$

czyli na podstawie 40,

$$\frac{\Delta\,Z}{T} = \frac{1}{4}\,\frac{v_1}{v_i}\,\frac{T_c}{t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (72)$$

wzrost ten oznacza jak łatwo zauważyć, że siła boczna wychylona jest w prawo dla śmigi, idącej do przodu i rośnie, gdy szybkość lotu maleje. Poprawka ta, jak widzimy, wyrównuje niezgodność wyżej wspomnianą — jednak nie całkowicie. Dla wartości przyjętych, jak poprzednio, mamy:

$$\frac{Z}{T} = \frac{0{,}0034}{t} - 0{,}108\ t$$

przyczem, jak widać, dla $t = 0{,}178$ jest $\frac{Z}{T} = 0$. Wartość ta odpowiada kątowi natarcia $\simeq 30^0$, a praktyka zdaje się wskazywać, iż siła boczna jest skierowana na prawo przy kącie natarcia $i \simeq 15^0$. Źródłem pozostałych jeszcze niedokładności są zapewne wahania liczbowe współczynników, przyjętych do obliczeń.

XI. WYPÓR I OPÓR ROTORU.

Jak widzimy z dotychczasowych rozważań, aerodynamiczne własności rotoru autożyra zależą od trzech podstawowych parametrów:

Θ = kąt zaklinowania śmig względem płaszczyzny poziomej obrotu rotoru.

σ = stosunek powierzchni śmig do powierzchni rotoru.

δ = średni spółczynnik oporu profilu śmigi.

Gdy te trzy wielkości są dane, to wypór i opór rotoru można obliczyć na podstawie poniższych równań, poprzednio już wprowadzonych.

$$\delta = 4\,s\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right)$$

$$T_c = \sigma\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right) = \frac{\sigma\,.\,\delta}{4\,s}$$

$$S = \frac{8}{3}\,\Theta^2 + \frac{17}{2}\,\Theta\,s + \frac{15}{2}\,s^2$$

$$H_c = \sigma\,S\,t\,\cos.\,i \quad \ldots\ldots \quad (73)$$

$$t\,\sin.\,i = s + \frac{0{,}5\,T_c}{(t^2\cos.^2 i + s^2)^{1/2}}$$

$$t^2 K_y = T_c\,\cos.\,i - H_c\,\sin.\,i$$

$$t^2 K_x = T_c\,\sin.\,i + H_c\,\cos.\,i$$

Znając trzy podstawowe parametry, należy uprzednio wyznaczyć wartości s, T_c, S. Następnie wychodząc z odpowiednich wartości t cos. i, możemy wyznaczyć wartości t sin. i_1, i, t, H_c, K_y oraz K_x. Jeżeli profil śmigi nie jest symetryczny, należy kąt Θ mierzyć od linji zerowego wyporu profilu nie zaś od jego cięciwy. Co do współczynnika σ, to teorja tu wyprowadzona opiera się na założeniu stałej cięciwy śmigi, zatem w przypadku śmig o zaokrąglonych końcach i zwężonych ku nasadzie, co zwykle ma miejsce, należy wyznaczyć średnią cięciwę na przeważnej długości śmigi, z wyłączeniem części leżących blizko samej nasady śmigi.

Wartość współczynnika oporu „δ" jest tylko w przybliżeniu pewna, ponieważ przedstawia on średnią wartość, której wielkość zresztą jest dość dowolna. Jako pewną pomoc co do wyboru średniej wartości dla „δ" można podać następującą metodę (wg. Glauert'a):

Obliczamy średni współczynnik wyporu zapomocą równania przybliżonego

$$T = \int_0^R K_L\,B\,c\,\rho\,\omega^2 r^2\,d\,r = \frac{1}{3}\,K_{L\acute{s}r}\ B\,c\,\rho\,\omega^2 R^3$$

lub:

$$T_c = \frac{1}{3}\,\sigma\,K_{L\acute{s}r} \quad \ldots\ldots \quad (74)$$

a ponieważ poprzednio wyznaczyliśmy:

$$T_c = \sigma\left(\Theta + \frac{3}{4}\right)s = \frac{\sigma\,\delta}{4\,s}$$

zatem otrzymamy:

$$K_{L\acute{s}r} = 3\left(\Theta + \frac{3}{4}\,s\right) = \frac{3\,\delta}{4\,s}.$$

Poniższa tabelka podaje nam średnie współczynniki wyporu, obliczone jak wyżej.

Θ	0	2^0	4^0	5^0
$\delta = 0$	0	0,105	0,21	0,315
0,003	0,1	0,166	0,25	0,345
0,006	0,14	0,204	0,28	0,37
0,010	0,184	0,244	0,317	0,400

Jak widać, średni spółczynnik wyporu rośnie z kątem natarcia, przyczem rośnie też „δ". H. Glauert poleca przyjmować średni współczynnik oporu δ przy średnim spółczynniku wyporu profilu ($K_{L\acute{s}r}$) i powiększać tak wyznaczony spółczynnik oporu o 50%. Jest to jednak zupełnie dowolne założenie, nie oparte na żadnem racjonalnem uzasadnieniu, a mogące być przyjęte jedynie ze względu na to, iż pomiary zdają się je potwierdzać. Przyczyną tej niezgodności teorji z rzeczywistością, jest niewątpliwie niedoskonałość samej teorji. Dla dobrego profilu symetrycznego, mamy dla małych wyporów $\delta = 0{,}004$, a zatem należy obrać średni współczynnik oporu $\delta = 0{,}006$ (wg. oznaczeń, używanych w Polsce 0,012).

Sprawa komplikuje się, jeżeli rozpatrujemy dla profilu wpływ liczby Reynolds'a, raz dla małych kątów natarcia, drugi raz w pobliżu kąta utraty szybkości, który prawie osiąga śmiga idąca do tyłu. Wtedy należy się uciec do doświadczenia.

Poza tem wartości δ dla siły podłużnej (równania 63 i 64), powinny być nieco większe, niż wartości w rów-

naniach 55 i 56 dla momentu obrotowego, ponieważ nasady śmig, których opór jest duży, wywierają większy wpływ na siłę podłużną, niż na moment obrotowy.

XII. IDEALNY ROTOR AUTOŻYRA.

Zagadnienie idealnie dobrego rotoru łatwo jest ująć matematycznie, jeżeli założymy, iż opór profilu śmigi jest równy zeru. Wtedy według wszelkiego prawdopodobieństwa współczynnik „s" dąży również do zera, co wskazywałoby, iż nie ma wtedy przepływu powietrza przez płaszczyznę rotoru (czyli, że znika szybkość prostopadła do płaszczyzny rotoru), co dowodzi, iż nasze założenie jest czysto teoretyczne, a idalny rotor fikcją z fizycznego punktu widzenia. Jest to jedynie granica, do której należy zbliżyć się jak najwięcej.

Po odpowiedniej redukcji równań 73, otrzymamy równania na wypór i opór idealnego rotoru w postaci:

$$K_y = \sin. 2\,i \left(\cos.\, i - \frac{4}{3}\,\Theta \sqrt{\delta \sin.\, 2\,i}\right)$$

$$K_x = \sin. 2\,i \,.\, \sin.\, i + \frac{4}{3}\,\Theta\,(1 + \cos. 2\,i)\sqrt{\sigma\,\Theta \sin. 2\,i}. \quad (75).$$

Maksymalny współczynnik wyporu jest (praktycznie biorąc), niezależny od wartości Θ i σ i osiąga wartość: $K_{y\,max} = 0.77$ (1,54 wg. współcz. polskich) dla $i = 35{,}5^0$. Dla małych kątów natarcia „i" możemy napisać:

$$K_y = 2\,i,\ K_x = 2\,i^2 + \frac{8}{3}\,\Theta\,\sqrt{2\,.\,\sigma\,.\,\Theta\,.\,i} \quad \text{zaś}$$

$$\frac{K_y}{K_x} = i + \frac{8}{3}\,\Theta \sqrt{\frac{\sigma\,\Theta}{2\,i}} \quad \ldots \quad (76)$$

Przyrównując pierwszą pochodną $\dfrac{d\,\frac{K_x}{K_y}}{d\,i} = 0$ do zera, znajdujemy najmniejszą wartość tego stosunku (największe finesse) dla wyrażenia $2\,\Theta\,(3\,\sigma)^{1/3}$ przy kącie natarcia $i = \frac{2}{3}\,\Theta\,(3\,\sigma)^{1/3}$.

Zakładając $\Theta = 2^0$, $\sigma = 0{,}2$ otrzymujemy: $\frac{K_y}{K_x}$ $max. = 17$ dla $i = 1{,}12^0$, zaś dla $\sigma = 0{,}05$ (nowoczesne autożyra) mamy: $\frac{K_y}{K_x}$ $max. = 21\,.\,2$, przy $i = 0\,.\,71^0$ przyczem $K_y = 0\,.\,0248$ ($C_y = 4\,.\,96$).

Porównując rotor autożyra z idealnym profilem lotniczym o rozpiętości $2R$ i wydłużeniu λ przy eliptycznym rozkładzie obciążeń, mamy, wg. Prandtl'a:

$$K_y = \frac{Y}{\pi\,R^2\,\rho\,V^2} = \frac{4}{2+\lambda}\,i$$

$$K_x = \frac{X}{\pi\,R^2\,\rho\,V^2} = \frac{1}{2}\,K_y^2$$

zaś dla rotoru będziemy mieli:

$$K_x = \frac{1}{2}\,K_y^2 + \frac{8}{3}\,\Theta\sqrt{\sigma\,\Theta\,K_y}.$$

Zatem opór idealnego rotoru jest wyższy, niż opór idealnego skrzydła, gdyż pierwszy wyraz równania $\left(\frac{1}{2}K_y^2\right)$ jest wielkością oporu dla profilu lotniczego wg. klasycznej teorji Prandtl'a, zaś drugi wyraz przedstawia dodatkowy opór indukowany rotoru. Widzimy teraz dlaczego należy przy konstrukcji rotoru obierać spółczynnik σ możliwie mały.

Dla $\sigma = 0$ drugi wyraz równania znika, czyli, że pod względem oporu rotor jest równy normalnemu skrzydłu o wydłużeniu równem zeru, czyli o nieskończonej głębokości.

Załóżmy dla przykładu $c_y = 0{,}08$, czyli $k_y = 0{,}04$ (jest to wypór, odpowiadający w przybliżeniu maksymalnej szybkości autożyra).

Zatem:

$$K_x = \frac{1}{2}\,0{,}04^2 + \frac{8}{3}\,0{,}035\sqrt{0{,}1\,.\,0{,}035\,.\,0{,}04} =$$
$$= 0{,}0008 + 0{,}0011 = 0{,}0019.$$

Jak widzimy, w tym wypadku opór dodatkowy jest znaczny i wynosi 137% oporu idealnego profilu lotniczego, a 58% całkowitego oporu indukowanego rotoru.

Biorąc

$$K_y = 0{,}5\ (C_y = 100)$$

otrzymamy:

$$K_x = \frac{1}{2}\,0{,}5^2 + \frac{8}{3}\,0{,}035\sqrt{0{,}1\,.\,0{,}035\,.\,0{,}5} =$$
$$= 0{,}125 + 0{,}0039 = 0{,}1289$$

czyli dla dużych kątów natarcia opór dodatkowy znacznie maleje i biorąc procentowo, wynosi w naszym przykładzie tylko 3,1% oporu idealnego profilu, 3% oporu całkowitego rotoru.

W tych przykładach założono $\sigma = 0{,}1$. Dla mniejszych wartości wzrost oporu będzie oczywiście mniejszy.

XIII. MAKSYMALNY WSPÓŁCZYNNIK WYPORU.

Zasadnicze równania dla autożyra (w pobliżu maksymalnego wyporu), możemy napisać ze znacznem przybliżeniem, w postaci:

$$\left.\begin{array}{l} \delta = 4\,s\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right) \qquad T_c = \dfrac{\sigma\,.\,\delta}{4\,s} \\ t\ \text{stn.}\ i = s + \dfrac{T_c}{2\,t\,\cos.\,i} \quad \text{oraz}\ t^2\,.\,K_y = T_c\,\cos.\,i \end{array}\right| (77)$$

stąd, jak łatwo zauważyć, otrzymujemy:

$$t^2 \sin. i \cos. i - s t \cos. i = \frac{\sigma . \delta}{8 s}$$

$$t^2 K_y = \frac{\sigma . \delta}{4 s} \cos. i$$

Różniczkując te dwa równania względem „t", oraz „i", otrzymamy równanie warunkowe na wyznaczenie największego wyporu w postaci

$$2 t (3 \sin.^2 i - 1) = 3 . s \sin. i \text{ z tąd } t = \frac{3 s . \sin. i}{2 (3 \sin.^2 i - 1)}$$

wstawiając tę wartość w równanie:

$$t^2 K_y = \frac{\sigma . \delta}{4 s} \cos. i \text{ otrzymujemy:}$$

$$K_y \text{ maks.} = \frac{\sigma . \delta}{4 s} \cos. i \, \frac{4 (3 \sin.^2 i - 1)^2}{9 s^2 \sin.^2 i} \text{ oraz:}$$

$$\frac{9 s^2 \sin.^2 i}{4 (3 \sin.^2 i - 1)^2} \sin. i . \cos. i -$$

$$- s \frac{3 s . \sin. i}{2 (3 \sin.^2 i - 1)} \cos. i = \frac{\sigma . \delta}{4 s}$$

wstawiając z tego równania wyrażenia na $\frac{\sigma . \delta}{4 s}$ w równanie dla K_y maks., otrzymujemy ostatecznie:

$$K_y \text{ maks.} = \cos. i \, \frac{4 (3 \sin.^2 i - 1)^2}{9 s^2 \sin.^2 i} \left\{ \frac{9 s^2 \sin.^2 i}{4 (3 \sin.^2 i - 1)^2} - \right.$$

$$\left. - \sin. i \cos. i - s \frac{3 s . \sin i}{2 (3 \sin.^2 i - 1)} \cos. i \right\} =$$

$$= \cos. i \left\{ \sin. i \cos. i - \cos. i \, s \, \frac{2 (3 \sin.^2 i - 1)}{3 s \sin. i} \right\} =$$

$$= \sin. i \cos.^2 i - \cos.^2 i \, \frac{2 (3 \sin.^2 i - 1)}{3 \sin. i} =$$

$$= \frac{2}{3} \cos.^2 i \, \frac{2 - 3 \sin.^2 i}{\sin. i} \quad . \; . \; . \quad (78)$$

gdzie

$$\frac{(3 \sin.^2 i - 1)^2}{(2 - 3 \sin.^2 i) \sin. i \cos. i} = \frac{6 s^3}{\sigma . \delta}$$

Przeliczenia zapomocą powyższych równań ujęte zostały w poniższej tabelce:

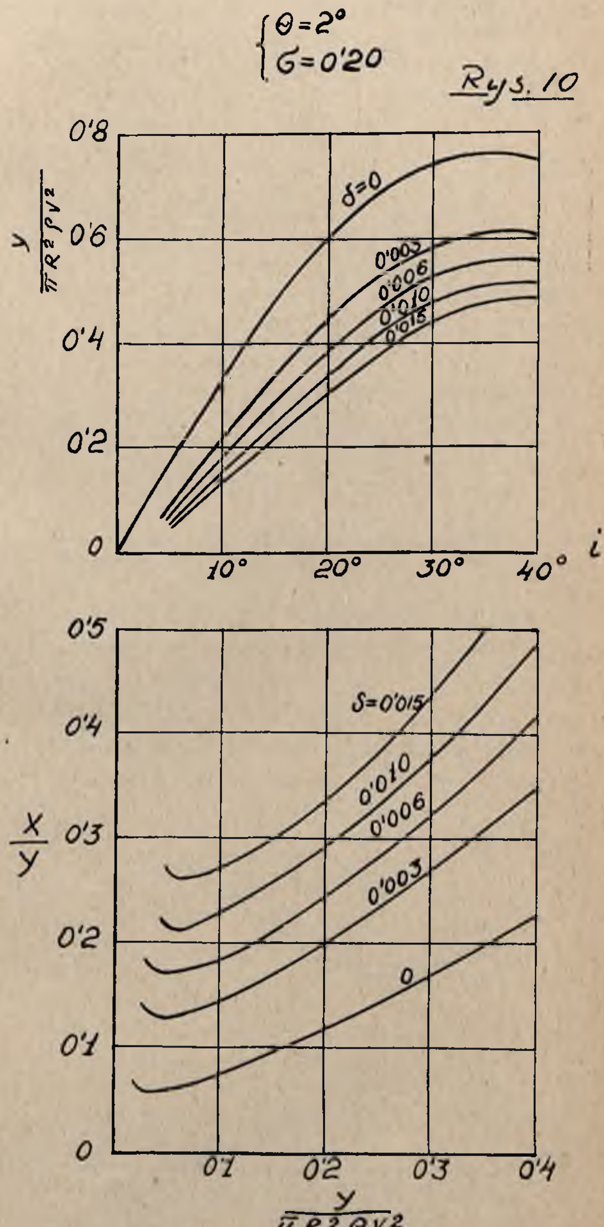
i^0	$35^0 15ź$	36_0	37^0	38^0	39^0	40^0
$\frac{6s3}{\sigma.\delta}$	0	0,003	0,017	0,045	0,084	0,153
$K_y$maks.	0,77	0,715	0,645	0,580	0,520	0,463
$C_y$maks.	154	143	129	116	104	92,6

W ten sposób znając Θ, σ, δ możemy obliczyć K_y dla każdego wypadku, jednak należy pamiętać, iż tabelka powyższa daje nam wypory obliczone dla idealnego autożyra, czyli dla $\delta = 0$.

Biorąc jednak warunki rzeczywiste i uwzględniając wszystkie trzy zmienne, t. j. Θ, σ oraz δ otrzymamy: dla $\Theta = 2_0$, $\sigma = 0{,}2$ przy zmiennem δ następujące wartości dla wyporu.

Θ	σ	δ	i^0	$K_y$maks.
2^0	0,2	0,000	35,25	0,77
2^0	0,2	0,004	37,4	0,62
2^0	0,2	0,006	38,3	0,56
2^0	0,2	0,010	39,0	0,52

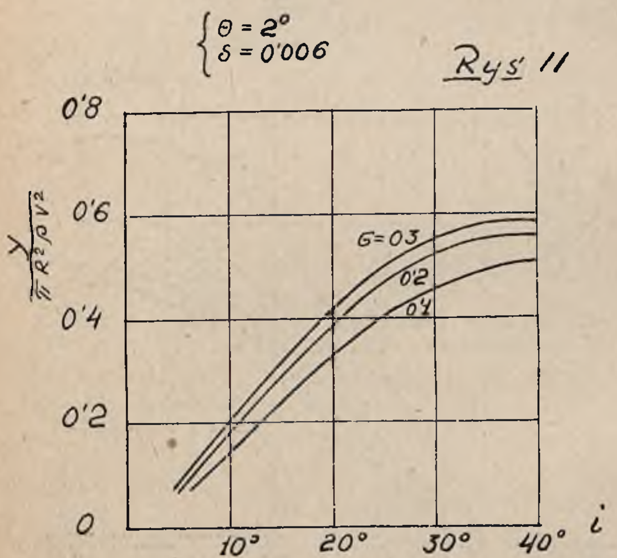
Jak widzimy, w miarę wzrostu oporu łopatki δ maleje nośność rotoru. Odpowiednie krzywe podaje wykres Nr. 10.

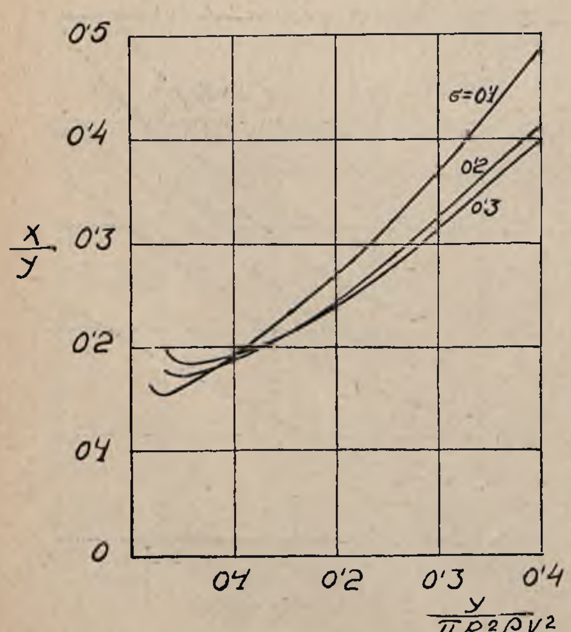


Obieramy teraz $\Theta = 2^0$, $\sigma = 0{,}006$ δ jest zmienna. Wtedy otrzymujemy:

Θ	σ	δ	i^0	$K_y$maks.
2^0	0,1	0,006	39,3	0,50
2^0	0,2	0,006	38,3	0,56
2^0	0,3	0,006	37,7	0,595

Jak widzimy, ze wzrostem σ czyli ze wzrostem powierzchni śmig w stosunku do powierzchni całego rotoru, rośnie nośność tegoż.





W praktyce jednak staramy się uczynić σ możliwie małe (w nowoczesnych konstrukcjach $\sigma = 0{,}1$ do $0{,}4$ (gdyż wypór maksymalny rotoru ze względu na jego dużą powierzchnię i tak jest znaczny, zaś małe σ daje nam małe opory, zwiększa finesse i umożliwia przez to lepsze wykorzystanie mocy, na czem nam głównie zależy.

Odpowiednie krzywe podaje nam wykres Nr. 11.

Obierając z kolei $\sigma = 0{,}2$, $\delta = 0.006$ zaś kąt nastawienia śmig w stosunku do płaszczyzny obrotu uważając za zmienny, otrzymujemy:

Θ	σ	δ	i^0	$K_y$maks.
0^0	0,2	0,006	40,1	0,46
2^0	0,2	0,006	38,3	0,56
4^0	0,2	0,006	37,2	0,63
6^0	0,2	0,006	36,5	0,68

Jak widzimy, wypór maksymalny rośnie wraz z kątem Θ, co jest zupełnie zrozumiałe, jednak opór rotoru równocześnie wzrasta. W praktyce najbardziej odpowiedni okazał się kąt $\Theta = 2^0$. (Wykres 12).

XIV. MAKSYMALNA „FINESSE".

Dla małych kątów natarcia rotoru, dla których też występuje maksymalna finesse możemy równania 73 napisać w postaci uproszczonej kładąc: *cos i = 1, sin i = i* przez co otrzymujemy:

$$\delta = 4\,s\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right)$$

$$T_c = \frac{\sigma\,.\,\delta}{4\,s}$$

$$s = \frac{8}{3}\,\Theta^2 + \frac{17}{2}\,\Theta\,s + \frac{15}{2}\,s^2$$

$$H_c = \sigma\,s\,.\,t$$

$$t\,(t\,.\,i - s) = \frac{\sigma\,.\,\delta}{8\,.\,s}$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{T_c\,i + H_c}{T_c - H_c.\,i} = \frac{\frac{\sigma\,\delta}{4\,s}\,i + \delta\,.\,s\,.\,t}{\frac{\sigma\,.\,\delta}{4\,s} - \sigma\,.\,s\,.\,t\,.\,i} =$$

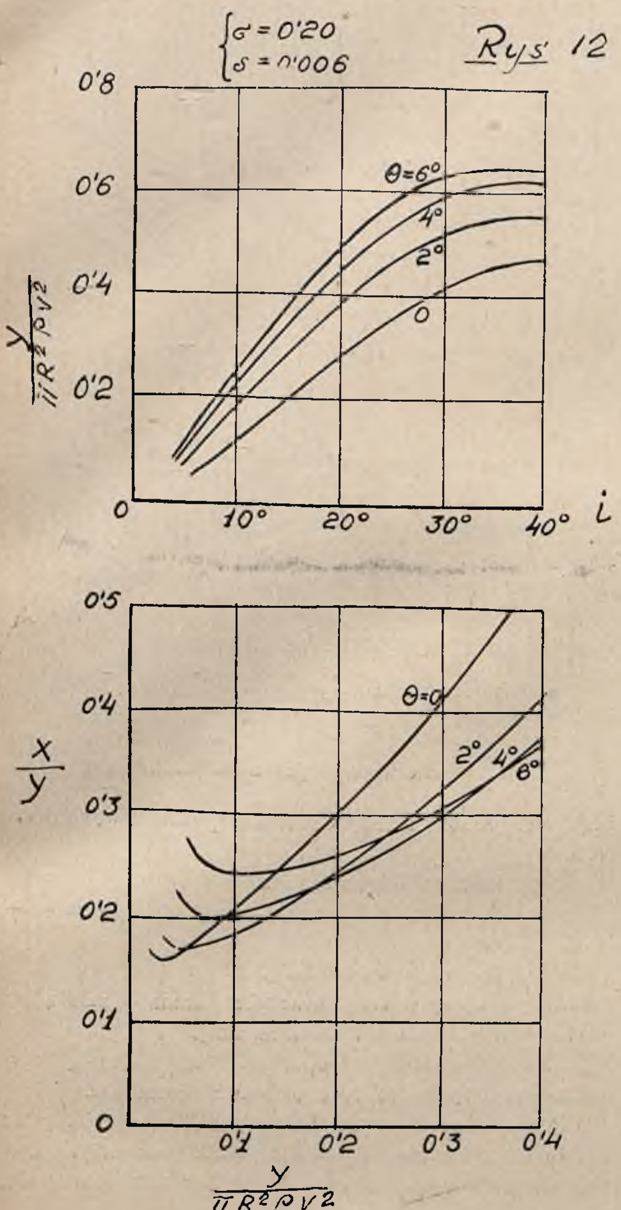
$$= \frac{\sigma\,.\,\delta\,i + 4\,.\,s\,.\,\sigma\,.\,S\,.\,t}{\sigma\,.\,\delta - 4\,.\,s\,\sigma\,.\,S\,.\,t\,.\,i} = \frac{\delta\,i + 4\,s\,.\,S\,.\,t}{\delta - 4\,s\,.\,S\,.\,t\,.\,i} \quad \ldots \quad (79)$$

Ponieważ dla przeciętnego wypadku:

$4\,.\,s\,.\,S\,.\,t\,.\,i \simeq 4\,.\,0{,}022\,.\,0{,}01345\,.\,0{,}6{,}07 = 0{,}00005$ czyli w stosunku do $\delta = 0{,}006$ i jest bardzo małe

$$\left(\frac{0{,}00005}{0{,}006} = 0{,}00835\right)$$

zatem możemy założyć:



$$\delta - 4\, s . S . t . i \simeq \delta$$

czyli równanie 79 przybiera postać:

$$\frac{X}{Y} = i + \frac{4\, s . S . t}{\delta} = i + \frac{H_c}{T_c}$$

Różniczkując dwa ostatnie równania, a mianowicie:

$$t^2\, i - s\, t = \frac{\sigma . \delta}{8 . s} \quad \text{oraz}$$

$$\frac{X}{Y} = i + \frac{4\, s . S . t}{\delta} \quad \text{otrzymujemy:}$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{\delta . \sigma}{8 . s} . \frac{1}{t^2} + \frac{s}{t} + \frac{4 . s S . t}{\delta} \quad \text{zatem}$$

$$\frac{d\frac{X}{Y}}{dt} = -2\, \frac{\sigma . \delta}{8 . s} . \frac{1}{t^3} - \frac{s}{t^2} + \frac{4 . s . S}{\delta} = 0 \qquad (80)$$

czyli (po podstawieniu $\frac{\sigma . \delta}{8s} = t\,(t . i - s)$ otrzymujemy równanie warunkowe.

$$\frac{4 . S . s . t^2}{\delta} = 2 . t . i - s \quad \text{stąd:} \quad . \; . \qquad (80a)$$

$$i = s \left[\frac{2 . S}{\delta}\, t + \frac{1}{2t}\right] \quad \text{oraz z równania 80} \qquad (80b)$$

$$t \left(t^2 - \frac{\delta}{4S}\right) = \frac{\sigma . \delta^2}{16\, s^2 . S} \quad . \; . \; . \; . \qquad (80c)$$

jako też podstawiając w równanie 79a wyrażenie na „i" z równania 80b, otrzymujemy:

$$\left(\frac{X}{Y}\right)_{min} = s \left(6\, \frac{S}{\delta}\, t + \frac{1}{2\,t}\right) \quad . \; . \qquad (80d)$$

Równania 80b, 80c, 80d, określają nam jednocześnie $\left(\frac{X}{Y}\right)_{min}$ jako też odpowiedni kąt natarcia.

Z równania 80c możemy dla każdego „σ" wyliczyć odpowiednie „t", które wstawiając w równania 80b i 80c znajdujemy odrazu „i" oraz $\left(\frac{X}{Y}\right)_{min}$.

Załóżmy dla przykładu $\delta = 0{,}006$, wówczas $s = 0{,}022$ $S = 0{,}01345$ czyli mamy wg. równania 80b

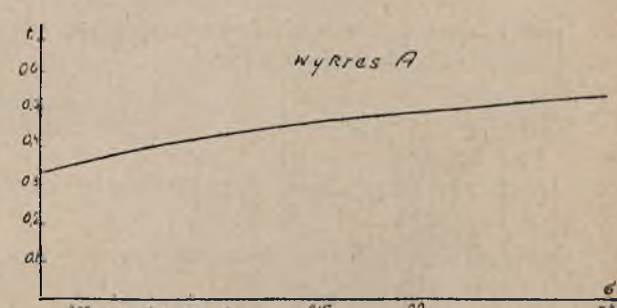
$$t\,(t^2 - 0{,}11) = 0{,}342\, \sigma$$

Poniższa tabelka podaje nam rozwiązanie tego równania.

	0,2	0,3	0,4	0,45	0,5	0,6
σ	—0,041	—0,0175	+0,0585	0,12	0,205	0,44

Oczywiście, iż σ ujemne niema znaczenia. Kreśląc wykres A, otrzymujemy „t" *w funkcji*

Podobnie równanie 80d piszemy:



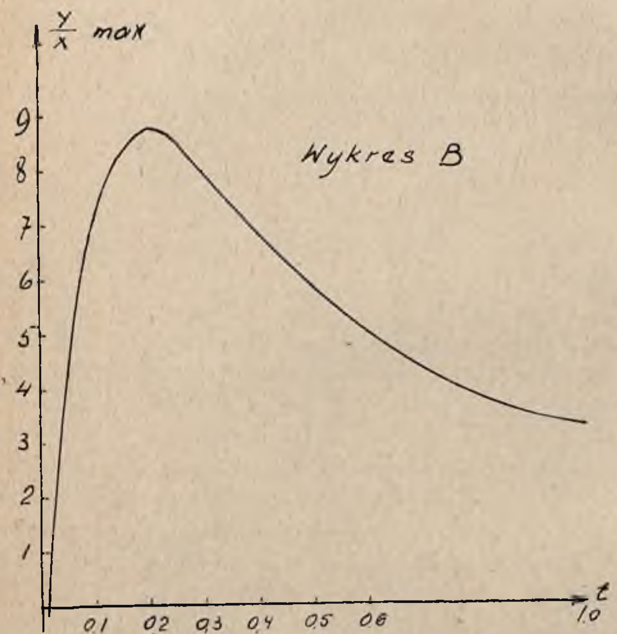
$$\left(\frac{X}{Y}\right)_{min} = 0{,}022 \left(13'45\, . \, t + \frac{1}{2t}\right)$$

rozwiązując to równanie otrzymujemy:

t	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$\left(\frac{X}{Y}\right)_{min}$	0,114	0,1255	0,146	0,169	0,196
$\left(\frac{Y}{X}\right)_{maks}$	8,75	7,96	6,85	5,92	5,1

Tabelkę tą ilustruje wykres B.

Analogicznie wykreślamy wykres C wg. równania 80b.



$$i^0 = 1{,}26 \left(4{,}5\ t + \frac{1}{2t}\right)$$

t	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
i^0	4,28	3,8	3,85	4,1	4,45

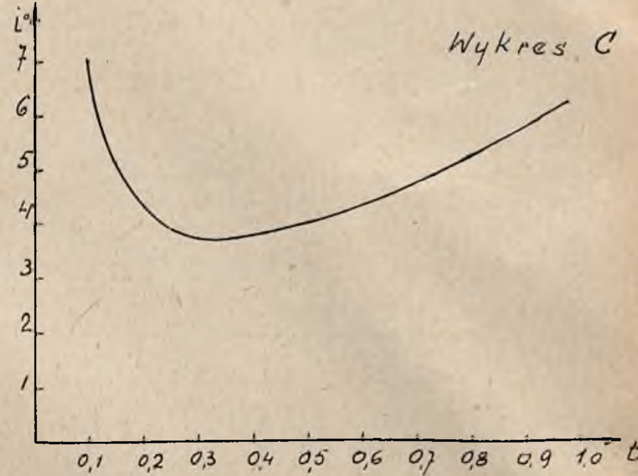
Teraz z łatwością z wykresu A. odczytujemy np. dla $\sigma = 0{,}04$, $t = 0{,}38$ zaś dla tej wartości odczytujemy z wykresu B $\left(\frac{Y}{X}\right)_{maks} = 7$, zaś $i = 3{,}8^0$ (z wykresu C).

Dla $\sigma = 0{,}2$, $t = 0{,}5$ zaś $\left(\frac{Y}{X}\right)_{maks} = 5{,}92$ przy $i = 4{,}1^0$

Analogicznie naprzykład dla $\delta = 0{,}005$, $\sigma = 0{,}04$ otrzymujemy $t\ (t^2 - 0{,}0835) = 0{,}41\ \sigma$

dla $\sigma = 0{,}04$ $t = 0{,}36$ zaś $\left(\frac{Y}{X}\right)_{maks} = 7{,}8$

Wartości tu wyliczone są mniejsze, niż w rzeczywistości, zaś dokładniejsze przeliczenie (wg. Lock'a) daje



np. dla $\sigma = 0{,}2$ wartość $\left(\frac{Y}{X}\right)_{maks} = 8'45$ (dla $\delta = 0{,}006$) podczas gdy poprzednio mieliśmy 5'92.

XV. OMÓWIENIE WYNIKÓW.

Jak widzimy (mając na uwadze granicę ważności wyprowadzonych równań określoną w rozdziale $\frac{Vco\ i}{\omega R} < 0'5$) charakterystyki autożyra, a ściśle mówiąc jego rotoru zależą od trzech podstawowych wartości.

Θ = kąta zaklinowania śmig.

σ = stosunku powierzchni śmig do powierzchni rotoru.

δ = średniego oporu śmig.

Ruch wahający w śmig, oraz siła boczna Z zależą też od krzywizny, ciężaru i kształtu śmig.

Siła podłużna *(H)* i opór *(X)* też podlegają (nieznacznemu) wpływowi tych ostatnich czynników.

Rozpatrując moment obrotowy „*Q*" znajdujemy na podstawie równania 57, iż szybkość osiowa *(u)* stoi w stałym stosunku do szybkości obwodowej ωR dla danego rotoru, czyli innemi słowy, że

$$s = \frac{u}{\omega R} = \text{constans}$$

Jak widzimy, rzeczywiście dla danego (δ) i (Θ) „*s*" wyrażone równaniem $s = \frac{1}{3}\left\{\sqrt{\Theta^2 + \frac{3}{2}\delta} - \Theta\right\}$ jest stałe.

Na podstawie równania $Tc = \sigma\left(\Theta + \frac{3}{2}s\right)$ widzimy, że współczynnik siły nośnej ma wartość stałą, a ponieważ w locie poziomym wypór jest równy ciężarowi maszyny, zatem szybkość obwodowa musi być wielkością stałą według równania:

$$T = Bc\,\rho\,\omega^2 R^3 \left(\Theta + \frac{3}{2}s\right) = Tc\,\rho\pi\,\omega^2 R^4 = G, \quad \text{czyli:}$$

$$\omega R = \sqrt{\frac{G}{Tc \rho \pi R^2}}, \quad \text{a ponieważ} \quad \frac{G}{\pi R^2} = p, \quad \text{zaś}$$

$$Tc = \sigma \left(\Theta + \frac{3}{2} s\right) = \frac{\sigma . \delta}{4s}$$

przeto:

$$\omega R = 2 \sqrt{\frac{s . p}{\rho . \delta . \sigma}} \quad \ldots \quad (81)$$

dla $\Theta = 2'$ $\delta = 0.006$ $\sigma = 0 2$ $s = 0.022$

$$\omega R = 78.8 \sqrt{\frac{p}{\sigma}}$$

zaś dla $\delta = 0.005$ mamy $s = 0.0159$

oraz

$$\omega R = 81 \sqrt{\frac{p}{\sigma}}$$

W rzeczywistości jednak ωR jest lekko zmienne, przyczem na dużych kątach natarcia, czyli przy małych szybkościach nieco rośnie (10 — 15%).

O roli obciążenia powierzchniowego „*p*", ze względu na szybkość lotu i zapotrzebowanie mocy, będzie mowa w następnych rozdziałach.

Maksymalny współczynnik wyporu w myśl podanej teorji wynosi 0.5 do 0.6, czyli w przeliczeniu na współczynniki używane w Polsce

C_y *max* $= 100$ do 120 przy kącie natarcia $i \cong 38^0$. Badania w tunelu aerodynamicznym jako też doświadczenia w locie dały wartości nieco wyższe, mianowicie:

C_y *max* $= 150$ do 180 przyczem cyfry te odnoszą się do autożyra zaopatrzonego w skrzydła dodatkowe. Kąt natarcia wynosi tutaj około 35⁰, zaś $\frac{C}{C_x} \simeq 1.5$.

Maksymalna „finesse" rotoru podana przez Glauerta $\frac{C_y}{C_x}$ *max* $= 6$ jest w rzeczywistości znacznie wyższa, przedewszystkiem dlatego, iż wskutek pewnych założeń upraszczających równania wyprowadzone przez Glauerta nie są ścisłe i dają wyniki gorsze, niż jest w rzeczywistości. Późniejsze badania tunelowe, jako też obliczenia wykonane na podstawie ściślejszej teorji Loocka, wykazały wartości wyższe dochodzące do 8.5.

Powtóre, wartości te są wyprowadzone dla współczynnika $\delta = 0.2$, podczas, gdy w nowoczesnych konstrukcjach rotoru stosunek ten dochodzi do wartości 0.04, czyli, że powierzchnia samych śmig w stosunku do powierzchni rotoru jest bardzo mała, a zatem śmigi posiadają bardzo wielkie wydłużenie (dochodzące do 20 dla jednej śmigi), co bardzo znacznie zmniejsza opór rotoru jako całości i podnosi „finesse" do wielkości około 12. Również i stosowanie rotoru trójśmigowego zamiast 4-śmigowego daje dobre wyniki. Jeszcze lepszy byłby pod tym względem rotor 2-śmigłowy, jednak ruchy śmig wgórę i wdół są wtedy zbyt gwałtowne, wychylenia zbyt duże i lot nieprzyjemny.

Maksymalna „finesse" rotoru odpowiada w przybliżeniu wartości $C_y = 10$ do 15, co znowu leży w pobliżu maksymalnej szybkości autożyra. Jest to właśnie jedna z cech rotoru, iż jego maksymalna „finesse" odpowiada w przybliżeniu maksymalnej szybkości, jednak dla autożyra jako całości warunki te nieco się zmieniają, o czem dalej.

Siła boczna rotoru, którego prawa śmiga biegnie do przodu, jest skierowana w lewą stronę przy dużych szybkościach, zaś prawą przy szybkościach małych.

Jeżeli oś rotoru jest nachylona w bok tak, by utrzymać autożyro w poziomie na średnim kącie natarcia, natenczas cała maszyna w locie szybkim będzie się pochylała na lewo, zaś przy małych szybkościach — na prawo.

Tablice w rozdziale XIII podają nam ogólne rozwiązanie równań zasadniczych

(73) dla $\Theta = 2^0$ $\sigma = 0.2^0$ oraz $\delta = 0.006$.

Wykresy 10, 11 i 12 ilustrują graficznie każdą z tablic.

Widzimy odrazu, że rotor autożyra będzie tem lepszy aerodynamicznie, im „δ" jest mniejsze. Również „σ" należy dać możliwie małe, jeśli chce się osiągnąć dużą „finesse" rotoru.

Kąt $\Theta = 2^0$ jest prawdopodobnie najlepszy dla normalnej rozpiętości szybkości.

Teorja, rozwinięta w poprzednich rozdziałach podana przez Glauerta na podstawie rozważania sił aerodynamicznych działających na rotujące śmigi rotoru, wskutek pewnych założeń upraszczających, jest tylko przybliżona i daje naogół wyniki gorsze, niż rzeczywistość.

Dokładniejszą teorję podał H. Loock, odrzucając niektóre z założeń upraszczających Glauerta, o czem niżej.

XVI. ANALIZA STRAT ENERGJI.

Działanie rotoru można zanalizować wychodząc z zasady zachowania energji, przyczem dla prostoty ograniczymy się tylko do małych kątów natarcia, dla których poprzednio podana teorja jest szczególnie mało dokładna.

Rotor obracając się pobiera pewną energję z przepływającego przez jego powierzchnię powietrza, dzięki której utrzymuje się w ruchu obrotowym. Energja ta musi być dostarczona wskutek istnienia dwuch czynników które ją czerpią, a mianowicie:

1) opór profilu śmigi,

2) szybkość indukowana wywołana ciągiem wyporu w górę.

Dodatkowe źródło strat stanowi nierównomierny rozkład wyporu na powierzchni rotoru, jednak nie można tego ocenić zapomocą elementarnych metod liczenia.

Przyjmując, że kąt natarcia „*i*" jest mały, czyli, że $\cos i = 1$, oraz wypór Y równy jest T, nazwijmy przez

E stratę energji w jednostce czasu, zatem możemy napisać

$$E = X . V$$

$$\text{zaś } \frac{X}{Y} = \frac{E}{V T} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (82)$$

Wypór rotoru powoduje szybkość indukowaną „v_i" oraz odpowiednią stratę energji.

Przyjmując, że wartość „v_i" jest stała na całej powierzchni rotoru i dana jest równaniem

$$v_i = \frac{T}{2 \pi R^2 \rho V^1}$$

dla małego kąta natarcia „i" $V' \simeq V$. Zatem część oporu odpowiadająca szybkości indukowanej wynosi:

$$\frac{X_1}{Y} = \frac{v_i}{V} \frac{T}{2 \pi R^2 \rho V^2} = \frac{T_c}{2\, t^2} \quad \text{gdzie } T_c = \frac{T}{\pi \omega^2 \rho R^4}$$

Strata energji pochodząca od oporu profilu (śmig) obliczyć można zakładając średnią wartość współczynnika „δ". Jeżeli oznaczymy kąt zawarty między płaszczyzną symetrji autożyra, a położeniem danej śmigi przez ψ (rys. 3), wówczas szybkość obwodowa elmentu śmigi leżącego na promieniu „r" będzie:

$$\omega r + V \sin. \psi$$

zaś odpowiednia strata energji będzie:

$$E = \int_0^R \delta\, c\, \rho_.(\omega r + V \sin. \psi)^3\, d r$$

jeżeli B oznacza ilość śmig, wówczas:

$$E_B = B \int_0^R \delta\, c\, \rho \left(\omega^3 r^3 + \frac{3}{2} V^2 \omega r\right) d r.$$

Po scałkowaniu otrzymamy średnią ilość energji dla wszystkich kątów ψ i dla wszystkich śmig.

$$E_B = \frac{1}{4} B\, \delta\, \rho\, c\, \omega^3 R^4 \,(1 + 3\, t^2)$$

Odpowiedni opór po podstawieniu

$$\sigma = \frac{B c}{R \pi}, \quad T_c = \frac{T}{\pi \rho \omega^2 R^4}$$

wynosi:

$$\frac{X_2}{Y} = \frac{E}{V T} = \frac{\sigma \delta}{4\, t\, T_c} (1 + 3\, t^2) \quad . \; . \; . \quad (83)$$

Równanie to jako przybliżone nie uwzględnia straty energji powstałej dzięki szybkości osiowej „u", oraz szybkości promieniowej $V \cos \psi$. Dla małych kątów natarcia „u" jest małe w porównaniu do „V", można zatem wpływ tej szybkości zaniedbać, jednak wpływ składowej $V \cos \psi$ jest znaczny.

Sumując te szybkości geometrycznie otrzymujemy wyrażenie:

$$E = \int_0^R c\, \delta\, \rho \left\{ (\omega r + V \sin \psi)^2 + V^2 \cos^2 \psi \right\}^{3/2} d r$$

ponieważ średniej wartości tej całki nie da się prosto przedstawić policzono jej wartości dla 4-ch przyjętych wielkości kąta, zakładając, że suma ich da nam sumę energji E.

W porównaniu z poprzedniem porównaniem możemy napisać:

$$\frac{X_2}{Y} = \frac{E}{V T} = \frac{\sigma \delta}{4\, t\, Tc} (1 + n\, t^2),$$

gdzie (n) jest funkcją t czyli $n = f(t)$ i jest określone równaniem:

$$1 + n\, t^2 = \Sigma \int_0^1 (k^2 + 2\, k\, t \sin. \varphi + t^2)^{3/2} d k$$

$$\text{gdzie } k = \frac{r}{R}, \quad \text{oraz } t = \frac{V}{\omega R} < 1$$

Rozwiązując tę całkę dla $\psi = 90^0$, 180^0 i 270^0 otrzymujemy:

$$\text{dla } 90^0 = \int_0^1 (k + t)^3\, d k = \frac{1}{4} (1 + t)^4 - \frac{1}{4} t^4$$

dla 270^0 możemy mieć $(t - k)^3$ lub $(k - t)^3$ stosownie do tego czy k jest mniejsze, lub większe od t.

A zatem:

$$(270_0) \int_t^1 (k - t)^3\, d k + \int_0^t (t - k)^3\, d k =$$

$$= \frac{1}{4} (1 - t)^4 + \frac{1}{4} t^4$$

wreszcie dla $\psi = 180^0$ lub 0^0 otrzymujemy:

$$\int_0^1 (k^2 + t^2)^{3/2} d k = \frac{1}{8} (2 + 5\, t^2) \sqrt{1 + t^2} +$$

$$+ \frac{3}{16} t^4 \log. \frac{\sqrt{1 + t^2} + 1}{\sqrt{1 + t^2} - 1}$$

dodając te wyrazy otrzymamy:

$$1 + n\, t^2 = \frac{1}{2} (1 + 6\, t^2 + t^4) + \frac{1}{4} (2 + 5\, t^2) \sqrt{1 + t^2} +$$

$$+ \frac{3}{8} t^4 \log. \frac{\sqrt{1 + t^2} + 1}{\sqrt{1 + t^2} - 1}$$

Równanie to daje już znaczną dokładność, przyczem wartości liczbowe podaje poniższa tabelka:

t	$1 + n . t^2$	n
1.00	7.13	6.13
0.75	4.11	5.53
0.60	2.88	5.22
0.50	2.26	5.03
0.40	1.78	4.87
0.30	1.43	4.73
0	1.00	4.50

Po przeliczeniu, dla kontroli dla kątów $\psi = 45^0$, 135^0, 225^0, 315^0 otrzymamy, jak łatwo się przekonać, dla $t = 1$ wartość $n = 6.09$, a więc zupełną zgodność.

Zatem otrzymujemy równanie na całkowity opór w postaci:

$$\frac{X}{T} = \frac{T_c}{2\,t^2} + \frac{\sigma\,\delta}{4\,t\,T_c}\,(1 + n\,t^2) \quad \ldots \quad (86)$$

Równanie Nr. 79a można wyrazić w formie:

$$\frac{X}{Y} = \frac{T_c}{2\,t^2} + \frac{\sigma\,.\,\delta}{4\,t\,T_c} + \frac{\sigma\,.\,t\,S}{T_c} \quad \ldots\ldots \quad (87)$$

gdzie $\delta = 4\,s\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right)$ zaś $S = \frac{8}{3}\,\Theta^2 +$

$$+ \frac{17}{2}\,\Theta\,s + \frac{15}{2}\,s^2$$

widzimy zatem, że oba wyniki zależą jedynie od wyrazów:

$$\frac{\sigma\,t}{T_c},\ \frac{n\,\delta}{4} \text{ oraz } \frac{\sigma\,.\,t\,.\,s}{T_c}$$

Jak widać różnica jaka zachodzi między oboma wynikami jest zasadnicza, ponieważ *(n)* zależy jedynie od *(t)*, podczas gdy *(S)* zależy od „Θ" oraz od „δ".

Różnica ta pochodzi stąd, iż przy wyprowadzaniu równania 79 przyjęto „*t*" jako małe, zaś obecnie zaniedbano wpływ rozłożenia perjodycznego wyporu na powierzchni rotoru.

Pierwotnie otrzymaliśmy większy opór, niż obecnie licząc metodą energji. Różnica ta wynosi:

$\frac{\Delta\,X}{Y} = \frac{\sigma\,t}{T_c}\left(S - \frac{n\,\delta}{4}\right)$ dla dużych szybkości $t = 0{,}5$ (zatem $n \simeq 5$ czyli kładąc wyrażenia na „δ" i „S" rów. 73) otrzymamy:

$$S - \frac{n}{4}\,\delta = \left(\frac{8}{3}\,\Theta^2 + \frac{17}{2}\,\Theta\,s + \frac{15}{2}\,s^2\right) -$$

$$- 5\,s\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right) = \frac{8}{3}\,\Theta^2 + \frac{7}{2}\,\Theta\,.\,s.$$

Zatem: $\frac{\Delta\,X}{Y} = \frac{\sigma\,t}{T_c}\left(\frac{8}{3}\,\Theta^2 + \frac{7}{2}\,\Theta\,.\,s\right) \approxeq \frac{5}{2}\,\Theta\,t$

dla $\sigma = 0{,}2$, $T_c = \frac{\sigma\,.\,\delta}{4\,s}$, $\delta = 0{,}006$, oraz $\Theta = 2^0$ otrzymujemy:

$$\frac{\Delta\,.\,X}{Y} = 0{,}087\,.\,t \quad \ldots\ldots \quad (89)$$

Poprzednio otrzymaliśmy (dla $\sigma = 0{,}2$, $\delta = 0{,}006$ przy $t \simeq 0{,}5$) $\frac{X}{Y} = 0{,}17$ czyli finesse $= 5{,}9$.

Obecnie otrzymujemy (metodą energji) wartość 0,126, czyli finesse $= 7{,}9$.

Wartość rzeczywista leży pomiędzy temi wielkościami jednak prawdopodobnie niewiele się różni od swej górnej granicy.

Spółczynnik oporu profilu określono doświadczalnie w postaci:

$K_D = 0{,}0040 + 0{,}025\,.\,K_L^2$ (wg. współcz. angielskich).

Glauert przyjmuje, że wskutek efektu skali rzeczywiste K_D będzie wynosiło tylko 0,8 powyżej określonej wartości, czyli:

$$K_D = 0{,}0032 + 0{,}020\,K_L^2$$

Jednocześnie zakłada Glauert, że średni opór profilu śmigi jest o 50% większy, czyli otrzymalibyśmy ostatecznie:

$$K_D = 0{,}0048 + 0{,}030\,K_L^2 =$$

co dla $K_L = 0{,}2$ daje wartość średniego oporu $\delta = 0{,}006$.

Jednak założenie powyższe jest niczem nie uzasadnione, gdyż należałoby w obliczeniach wziąć za podstawę opory profilu zbadane w tunelu aerodynamicznym.

Poprzednio mieliśmy $\delta = 4\,s\,\Theta + \left(\frac{3}{2}\,s\right)$ a zatem średni współczynnik wyporu wynosi

$$K_L^{śr} = \frac{3}{\sigma}\,T_c = 3\left(\Theta + \frac{3}{2}\,s\right)$$

rugując z tych równań kolejno Θ, s, oraz δ otrzymamy:

$$s = 0{,}0225\,K_L + \frac{0{,}0036}{K_L}$$

$$\Theta = 0{,}299\,K_L - \frac{0{,}0054}{K_L}$$

Poniższa tabela podaje nam wartości dla K_L, s, δ wyliczone dla różnych kątów Θ.

Θ	K_L	s	δ
0^0	0,134	0,0299	0,0054
2^0	0,205	0,0222	0,0061
4^0	0,299	0,0188	0,0074
6^0	0,397	0,0180	0,0095

zatem wyrażenie na finesse rotoru możemy teraz napisać w postaci:

$$\frac{X}{Y} = \frac{T_c}{2\,t^2} + \frac{\sigma\,\delta}{4\,t\,T_c}\,(1 + n\,t^2) =$$

$$= \frac{\sigma\,.\,K_L}{6\,t^2} + \frac{s}{t}\,(1 + n\,t^2) \quad \ldots \quad (90)$$

Tabelka na str. 23 podaje nam przeliczone wartości $\frac{X}{Y}$ dla różnych kątów Θ i dla różnych parametrów „*t*" przy $\sigma = 0{,}2$, 0,1 i 0,05.

Jak widzimy najlepszy kąt natarcia jest $\Theta = 4^0$ przyczem finesse rotoru rośnie, gdy σ maleje.

Jeżeli stosunek szybkości postępowej do szybkości

Θ	0°			2°			4°		
t	σ = 0,2	0,1	0,05	σ = 0,2	0,1	0,05	σ = 0,2	0,1	0,05
1,00	4,61	4,64	4,66	6,07	6,24	6,30	6,95	7,2	7,31
0,75	5,84	5,96	6,03	7,46	7,93	8f10	8,15	8,93	9,30
0,60	6,44	6,68	6,84	7,96	8,70	9,08	8,47	9,62	10,35
0,50	6,56	8,94	7,16	7,84	8,78	9,40	8,00	9,55	10,52
0,40	6,24	6,80	7,14	7,07	8,40	9,20	6,85	8,73	10,10
0,30	5,24	5,97	6,45	5,50	6,98	8,05	5,00	6,90	8,53

obwodowej końca śmigi przekracza wartość 0,5, to zysk osiągnięty na maksymalnej szybkości powyżej $\Theta = 2^0$ jest bardzo mały.

Powyższa analiza oparta na obliczeniu energji jest nieco za korzystna, ponieważ pewne straty energji dla uproszczenia rozważań zostały zaniedbane.

XVII. MAKSYMALNA SZYBKOŚĆ.

Równania 73 podają nam związki zachodzące pomiędzy poszczególnemi czynnikami dla małych kątów natarcia.

Obecnie określimy moc potrzebną do lotu dla rotoru, jako też warunki dla osiągnięcia jak największej szybkości.

Według równania 81 mamy w locie poziomem szybkość obwodową końca śmig równą

$\omega R = 2\sqrt{\frac{s p}{\rho \sigma \delta}}$ oraz szybkość postępową $V = t\,\omega\,.\,R$

a zatem

$75\,\eta N = V . X$ lub na mocy równań 73.

$$\frac{75\,\eta N}{G} = \frac{V . X}{Y} = V\left(i + \frac{4\,s . S . t}{p}\right) =$$

$$= 2\,s\sqrt{\frac{s . p}{\rho \sigma \delta}} + \frac{p}{2\,\rho\,V} + 2 . S . V^2\sqrt{\frac{\rho . \sigma . s}{p}} \qquad (91)$$

gdzie „p" jest obciążeniem jednostkowem całkowitej powierzchni rotoru.

Jeżeli chcemy znaleźć obciążenie „p", które wymaga najmniejszej mocy „N" dla danej szybkości poziomej „V", czyli, które daje największą szybkość poziomą przy danej mocy wówczas tworząc pochodną

$\frac{d N}{d p} = 0$ otrzymamy

$$\frac{d N}{d p} = s\sqrt{\frac{s}{\rho \sigma p \delta}} + \frac{1}{2\,\rho\,V} - S\,V^2\sqrt{\frac{\rho \sigma s}{\delta\,p^3}} = 0$$

lub mnożąc całe równanie przez „p" otrzymamy:

$$s\sqrt{\frac{s . p}{\rho . \sigma . \delta}} + \frac{p}{2\,\rho\,V} = S\,V^2\sqrt{\frac{\rho \sigma s}{\delta\,p}} \quad . \; . \; . \quad (92)$$

ponieważ jednak możemy przyjąć:

$$p = K_y\,\rho\,V^2$$

zatem otrzymujemy:

$$K_y{}^{3/2} + 2\,s\sqrt{\frac{s}{\sigma \delta}}\,K_y = 2\,S\sqrt{\frac{\sigma s}{\delta}}$$

$$\text{zatem } 75\,\frac{\eta N}{G} = V\left(\frac{3}{2}\,K_y + 4\,s\sqrt{\frac{s\,K_y}{\sigma \delta}}\right) \quad . \; . \; . \quad (93)$$

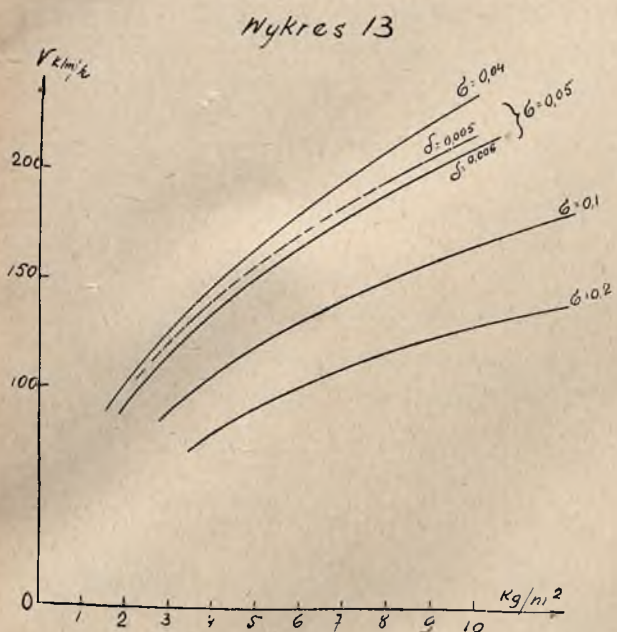
$$\text{oraz } \frac{\omega R}{V} = 2\sqrt{\frac{s\,K_y}{\sigma . \delta}} \quad . \; . \; . \quad (94)$$

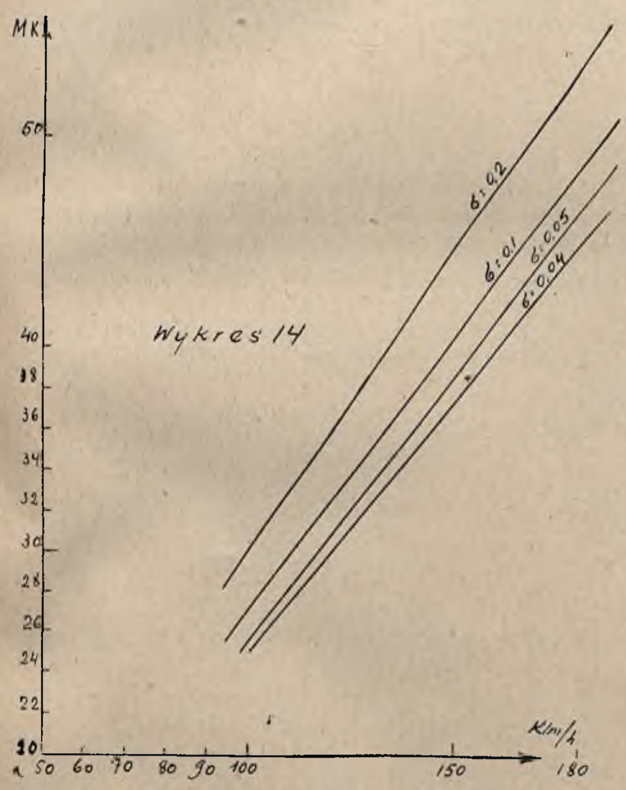
Dwa ostatnie równania służą nam dla wyznaczenia najlepszych warunków lotu poziomego. Rozwiązanie tych równań dla $\Theta = 2$, $\delta = 0{\cdot}006$ dla różnych „δ" przedstawia nam poniższa tabelka (według miar angielskich):

σ	0,05	0,10	0,15	0,20
K_y	0,025	0,036	0,046	0,054
$\frac{\omega R}{V}$	2,48	2,28	2,12	2,00
$10^4\,\frac{p}{V^2}$	0,45	0,84	1,09	1,28
$10^4\,\frac{\eta\,N}{G\,V}$	2,65	2,79	2,95	3,08

Uw. licząc miarami angielskiemi należy położyć zamiast $\frac{75\,\eta N}{G}$ wyrazenie $\frac{550\,\eta N}{G}$

Poniższe tabelki podają nam *najlepsze* obciążenia i moc potrzebną do lotu dla różnych szybkości i różnych „σ" przeliczone według powyższych równań, przyczem złożono $G = 475$ kg, (t. j. ciężar całkowity autożyra w locie). Dane te odnoszą się oczywiście do samego rotoru, tak, że dla całego autożyra należy jeszcze dodać moc potrzebną do pokonania oporów szkodliwych, przyczem jednak najlepsze odpowiadające danej szybkości obciążenie rotoru pozostaje bez zmiany (patrz przykład przy końcu niniejszego).





	σ = 0,04			σ = 0,05			
V	100	150	200	100	150	200	Km/godz
p	1,85	4,08	7,33	2,25	4,85	8,8	Kg/m²
ηN	24,6	36,95	49,3	25	38,3	51	MK

	σ = 0,10			σ = 0,20			
V	100	150	200	100	150	200	Km/godz
p	3,66	8,05	15,15	5,28	14,9	—	Kg/m²
ηN	26.8	40	54	29,6	44,25	∞ 59	MK

Mając ciężar G, i najlepsze obciążenie „p" łatwo wyznaczyć dla każdego wypadku potrzebną średnię rotoru.

Widzimy z tego, że im „σ" jest większe, czyli im większe wydłużenie śmig tem mniejszą moc potrzebujemy do osiągnięcia tej samej szybkości. Ponieważ wtedy maleje również najkorzystniejsze obciążenie powierzchni, zatem musi rosnąć średnica rotoru. Najkorzystniejsze obciążenie spada szybciej, niż maleje współczynnik wyporu, a zatem osiągamy większą szybkość maksymalną przy równoczesnej mniejszej szybkości minimalnej (na skutek wzrostu średnicy rotoru). Obecnie dochodzą konstruktorzy autożyra do wartości σ = 0,045 i dalszy postęp w tej dziedzinie wydaje się być możliwy. Jakkolwiek bowiem według Glauerta nie można robić zbyt cienkich śmig o dużej średnicy (w swej pracy przyjmuje on jako wartość typową σ = 0,2), ze względu na wytrzymałość materjału, to jednak wydaje się, iż wskutek prawie zupełnego braku momentów gnących, oraz przy użyciu dobrych gatunków stali możliwe jest osiągnięcie dużych wydłużeń bez obniżania współczynnika bezpieczeństwa. Iż tak jest, najlepszy dowód, że od czasu, gdy H. Glauert ogłosił swą pracę, konstruktorzy poszli bardzo daleko w tym kierunku i wydaje się, że granicą będą tu raczej względy konstrukcyjne, niż wytrzymałościowe.

Dla całego autożyra w równaniu na szybkość należy dodać, jak już wspomniano, jeszcze moc potrzebną na pokonanie oporów szkodliwych (kadłub, podwozie, opierzenia i t. p.). Jeżeli moc tą oznaczymy przez N_s wtenczas otrzymamy:

$$N_s = \Sigma\,(f \cdot k_x)\,\rho\,\frac{V^3}{75}\cdot\frac{1}{2} \quad \text{gdzie } \Sigma\,(f \cdot k_x) \qquad (95)$$

jest sumą iloczynów poszczególnych powierzchni szkodliwych i współczynników oporu wyrażoną w m².

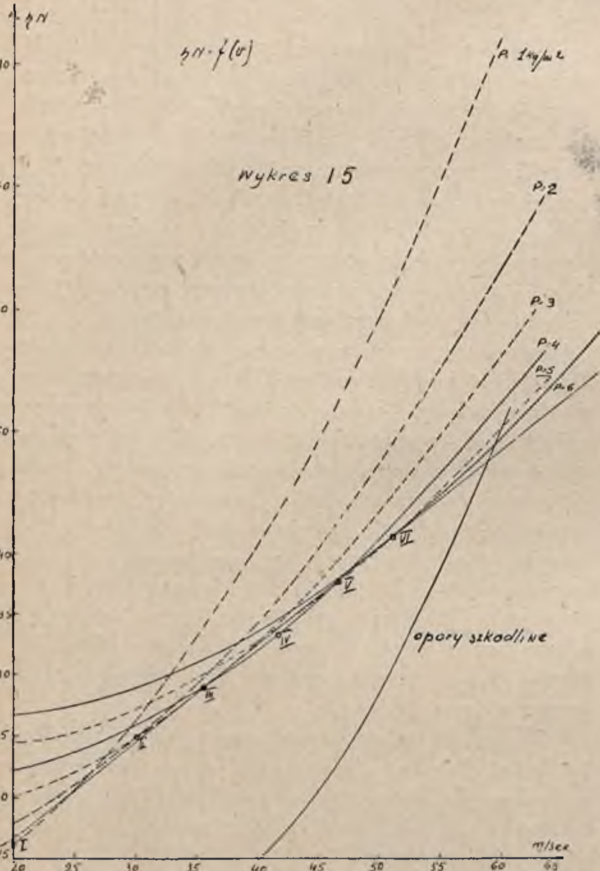
Zatem mamy:

$$\frac{75\,\eta\,N}{G} = 2\tau s\sqrt{\frac{s\,p}{\rho\,\sigma\,\delta}} + \frac{p}{2\,\rho\,V} + 2\,S\,V^2\sqrt{\frac{\rho\,\sigma\,s}{\delta\,p}} + \Sigma\,(f \cdot k_x)\,\frac{\rho}{2}\cdot\frac{V^3}{G} \qquad (96)$$

Jak widać odrazu ostatni wyraz wypada z pochodnej $\frac{dN}{dp}$ czyli najkorzystniejsze obciążenie powierzchni rotoru nie zależy od oporów szkodliwych, lecz jedynie od charakterystyki rotoru.

Również 92 możemy przedstawić graficznie jako $p_{opt.} = f\,(V)$. Wykres taki dla różnych parametrów

„σ" podaje rys. 13. Widzimy z niego odrazu, że jeśli chcemy np. osiągnąć szybkość $V_{maks.} = 150$ km/godz. o przy $\sigma = 0.05$ należy dać $p = 3.01$ kg/m² zaś przy $= 0.1$, $p = 4.45$ kg/m², by moc potrzebna do lotu była minimum. Zatem im „σ" mniejsze tem mniejsze jest obciążenie „optimum" względnie przy tem samem obciążeniu osiągamy większą szybkość, przy minimum mocy potrzebnej do lotu.



Wykres Nr. 15 podaje nam moc potrzebną do lotu w zależności od szybkości dla $\sigma = 0.04$ dla różnych obciążeń rotoru. Widzimy z niego odrazu, jaka moc potrzebna jest do lotu z daną szybkością przy obranym „σ" oraz dla obranego obciążenia „p". Prócz tego widzimy, iż dla małych mocy i małych szybkości korzystne są mniejsze obciążenia, zaś przy dużych szybkościach i mocach obciążenia większe. Sposób zastosowania obu wykresów będziemy mieli w dalszym ciągu przy przykładowem obliczeniu autożyra.

XVIII. SZYBKOŚĆ OPADANIA PIONOWEGO.

By ustalić warunki pionowego opadania autożyra, trzeba znaleźć opór rotoru odpowiadający szybkości V działającej osiowo, czyli prostopadle do płaszczyzny rotoru (przyczem rozważania niniejsze nie odnoszą się do szybkości indukowanej).

Szybkość przepływu strug powietrza przez powierzchnię rotoru zakładamy stałą, zaś szybkość obwodowa końca śmig jest dana równaniem:

$$\omega R = 2 \sqrt{\frac{s\,p}{\rho\,\sigma\,.\,\delta}}$$

z teorji śmigieł wiemy, iż ciąg śmigła można wyrazić równaniem:

$$T = z_t\, m\, F\, u^2$$

Podobnie tutaj możemy napisać:

$$T = 2\,.\,\pi\, R^2\, \rho\, v^2\,.\,f = 2\,\pi\, R^2\, \rho\, u^2\, F \qquad (97)$$

gdzie współczynniki f i F znaleziono empirycznie.

$$F = \frac{T_c}{2\,s^2} = \frac{\sigma\,.\,\delta}{8\,s^3}, \quad \ldots\ldots \quad (98)$$

$$\frac{1}{f} = 2 + \sqrt{\frac{3}{F}} \quad \ldots\ldots \quad (99)$$

Jeżeli zatem znamy wartość współczynników f i F to szybkość opadania pionowego V_0 możemy wyliczyć następująco:

Wypór rotoru $T = \pi\, R^2\,.\,p =$ pow. rotoru x obciążenie jednostkowe.

A zatem $R^2\,\pi\, p = 2\,\pi\, R^2\, \rho\, V_0^2\,.\,f$ czyli ostatecznie:

$$V_0 = \sqrt{\frac{p}{2\,\rho\, f}} \quad \ldots\ldots \quad (100)$$

Gdyby rotor autożyra zachowywał się, jak spadochron tej samej powierzchni to wartość spółczynnika f wynosiłaby 0.30, jednak według Glauerta wyniki badań wskazują, że w rzeczywistości wartość ta jest wyższa i dochodzi do granicy $f = 0.5$.

Wstawiając w równanie 99 wartość $F = \frac{\sigma\,.\,\delta}{8\,s^3}$ otrzymujemy:

$$\frac{1}{f} = 2 + \sqrt{\frac{24\,s^3}{\sigma\,.\,\delta}} = 2 + 4{,}9\,\frac{s^{1{,}5}}{\sqrt{\sigma\,.\,\delta}}$$

czyli:

$$V_0 = \sqrt{\frac{p}{2\,\rho\left(2 + 4.9\sqrt{\frac{s^3}{\sigma\,.\,\delta}}\right)}}$$

widzimy zatem, że V_0 jest tem mniejsze im większe jest „s", oraz im mniejsze jest σ oraz δ. Poza tem widzimy, iż szybkość opadania pionowego maleje z drugim pierwiastkiem obciążenia powierzchni rotoru.

Dla $\sigma = 0{,}045$, $\delta = 0{,}006$, mamy $s = 0.022$ czyli $F = 3\,.\,18$ zaś $f = 0\,.\,337$ przeto $V_0 = 24\,.\,\sqrt{p}$ *ft/sek.*

Dla $\sigma = 0{,}2$, $\delta = 0{,}006$, $s = 0{,}022$ mamy:

$F = 14$, zaś $f = 0{,}4$ zatem $V_0 = 23\,\sqrt{p}$ *ft/sek.*

Widzimy zatem, że przy małem $\sigma = 0{,}045$, szybkość opadania zwiększa się jedynie bardzo nieznacznie, bo tylko o $\frac{24\,.\,6}{23} = 1.066$ przytem samem obciążeniu powierzchni rotoru „p".

Równocześnie jednak wyczyny autożyra rosną znacznie, tak, że jest pożądane obierać s możliwie najmniejsze.

XIX. DALSZE ROZWINIĘCIE TEORJI AUTOŻYRA.

Teorja tu podana opracowana przez H. Glauerta opiera się na pewnych założeniach upraszczających, z których najważniejsze możemy zgrupować, jak następuje:

1) Współczynnik szybkości osiowej prostopadłej do płaszczyzny rotoru jest stały na całej powierzchni i mały, co do swej bezwzględnej wartości.

2) Współczynnik wyporu śmigi jest proporcjonalny do jej kąta natarcia, zaś współczynnik oporu jest wartością stałą.

3) Ruch wahający śmig możemy przedstawić jako szereg Fourriere'a, przyczem spółczynniki *cos.* 2ψ oraz *sin.* 2ψ można zaniedbać.

4) Kwadraty i wyższe potęgi wyrażenia $t = \frac{V \cos . i}{R \omega}$ można zaniedbać.

H. Lock, który w dalszym ciągu rozwinął i uzupełni. teorję opracowaną przez Glauerta, odrzucił niektóre z jego założeń upraszczających, co spowodowało znaczne skomplikowanie samej teorji, jednak dało w rezultacie dokładniejsze wyniki.

Brak miejsca nie pozwala tutaj na przytoczenie pracy Lock'a, dlatego podaję krótko założenia, z których wyszedł on przy opracowywaniu swej teorji, wraz z ostatecznemi wynikami.

Przedewszystkiem odrzucił Lock założenie upraszczające Nr. 4 wprowadzając do swych równań drugie potęgi parametru „t".

Z pracy jego wynika iż ruch wahający śmig można zastąpić teoretycznie odpowiednią zmianą kąta natarcia śmigi podczas jej jednego obrotu. W myśl teorji Glauerta stosunek $\frac{C_y}{C_x}$ *maks.* otrzymujemy wtedy około 2 razy większy, niż dla normalnej maszyny, jednak Lock udowadnia, że jest to tylko zysk pozorny wynikły z niedokładności poprzedniej teorji. Zysk ten znika całkowicie jeśli ruch śmig odniesiemy nie do płaszczyzny idealnej rotoru, lecz do płaszczyzny, w której poruszają się śmigi.

Z założeń upraszczających Glauerta zatrzymuje Lock założenie pierwsze przyczem również zaniedbuje 2-gie potęgi parametru $s = \frac{u}{\omega R}$.

Również założenie drugie teorji Glauerta utrzymuje Lock w mocy, jakkolwiek należałoby zastąpić średni opór profilu śmigi (jako też współczynnik nośności przyjęty proporcjonalnie do kąta natarcia) wartościami otrzymanemi z badań tunelowych.

Dla ruchu wahającego śmig (założenie 3-cie) zatrzymuje Lock pierwsze trzy wyrazy szeregu Fourrier'a zaś wszystkie pozostałe zaniedbuje.

Teorja Lock'a jakkolwiek nie daje jeszcze pełnego i dokładnego obrazu zjawisk zachodzących w rotorze autożyra (naogół daje wyniki nieco gorsze od rzeczywistości) jednak jest dokładniejsza od teorji Glauerta i zwłaszcza w drugiej swej części (teorja ruchu śmig) niezmiernie ciekawa

Interesujących się przedmiotem odsyłam do oryginalnej pracy Lock'a podanej w zakończeniu niniejszego artykułu.

Poniższa tabelka przedstawia zestawienie niektórych wyników uzyskanych na podstawie teorji Lock'a z wynikami uzyskanemi na podstawie teorji Glauerta.

(Oznaczenie „A" oznacza ruch śmig odniesiony do idealnej płaszczyzny rotoru, oznaczenie „B" ruch odniesiony do płaszczyzny samych śmig).

	Wg. teorji Glauerta	Wg. teorji Lock'a
Wypór „T"	$T = B c \rho \omega^2 R^3 1{,}5 \alpha \left(s + \frac{2}{3} \Theta_0\right)$ Θ_0 = średni kąt zaklinowania śmigi	$T =$ A) $B c \rho R^3 \omega^2 \, 0{,}5 \, \alpha \left[s_A + \frac{2}{3} \Theta \left(1 + \frac{3}{2} t^2\right)\right]$ B) $B c \rho R^3 \omega^2 \, 0{,}5 \, \alpha \left[s_B + \frac{2}{3} \Theta \left(1 + \frac{3}{2} t^2\right) - t \beta_1\right]$
Siła podłużna „H"	$H_A = B c \rho \omega^2 R^3 \left[\frac{1}{2} t \delta - \frac{1}{2} t \alpha s_A \Theta_0 + \alpha \beta_1 \left(\frac{3}{4} {}_A + \frac{1}{3} \Theta' + \frac{1}{4} t \beta_1\right)\right]$ $H_B = B . c \rho \omega^2 R^3 \left[\frac{1}{2} t \delta - \frac{1}{2} t \alpha s_B \Theta_0 + \frac{1}{4} \alpha \beta_1 s_B\right]$	$H_A = B . c \rho \omega^2 R^3 \left[0{,}5 t \delta - 0{,}5 t \alpha s \Theta^0 + \alpha \beta_1 \left(\frac{3}{4} s + \frac{1}{3} \Theta_0\right)\right]$ $H_B = B . c \rho \omega^2 R^3 \left[0{,}5 t \delta - 0{,}5 t \alpha s \Theta_0 + \frac{1}{4} \alpha \beta_1 s\right]$ $\alpha \cong 3\% \, R$ (wysokość łuku wygiętej śmigi)

	Wg. teorji Glauerta	Wg. teorji Lock'a
Kąt β_1 ruchu wahającego śmig	$\beta_1 = 2 . t \left(s + \frac{4}{3}\,\Theta_0\right)$	$\beta_1 = \begin{cases} A) & \dfrac{2\,t\left(s_A + \frac{4}{3}\,\Theta_0\right)}{1 - 0{,}5\,t^2} \\ B) & \dfrac{2 . t\left(s_B + \frac{4}{3}\,\Theta_0\right)}{1 + \frac{3}{2}\,t^2} \end{cases}$
Warunek zerowego momentu obrotowego	$\frac{\delta}{2\,\alpha} = t_0^2 = s\left(s + \frac{2}{3}\,\Theta_0\right)$	$\frac{\delta}{2\,\alpha}(1 + t^2) = \begin{cases} A) & \left[s_A \dfrac{1 + \frac{3}{2}\,t^2}{1 - \frac{1}{2}\,t^2} + \frac{8}{3}\,\Theta_0 \dfrac{t^2}{1 - \frac{1}{2}\,t^2}\right] . \\ & . \left[s_A \dfrac{1 + \frac{1}{2}\,t^2}{1 - \frac{1}{2}\,t^2} + \frac{2}{3}\,\Theta^2 \dfrac{1 + \frac{3}{2}\,t^2}{1 - \frac{1}{2}\,t^2}\right] \\ B) & s_B \left[s_B \dfrac{1 + \frac{1}{2}\,t^2}{1 + \frac{3}{2}\,t^2} + \frac{2}{3}\,\Theta^2 \dfrac{1 - \frac{1}{2}\,t^2}{1 + \frac{3}{2}\,t^2}\right] \end{cases}$
„Finesse" $\frac{C_x}{C_y}$	$\left(\frac{X}{Y}\right)_A = \text{tang. } i + \frac{H_A}{T}$ $\left(\frac{X}{Y}\right)_B = \text{tang. } i = \frac{H_B}{T}$	$\frac{X}{Y} = \begin{cases} A) & \text{tang. } i_A + \dfrac{H_A}{T} \\ B) & \text{tang. } i_B + \dfrac{H_B}{T} \end{cases} = \frac{\delta\,(1 + 3 . t^2)}{4 . t . \lambda} + \frac{0{,}5\,\sigma\,\lambda}{t\,\sqrt{t^2 + s^2}}$ przyczem: $\lambda = \frac{T}{B . c\,\rho\,R^3\,\omega^2} = \frac{T\,c}{\sigma}$
Interferencja strug.	$\text{tang } i_A = \text{tang. } i_B = \frac{s}{t} +$ $+ \frac{0{,}5\,\sigma\,\lambda}{t\sqrt{t^2 + s^2}} = \frac{s}{t} +$ $+ \frac{0.5\,T\,c}{t\sqrt{t^2 + s^2}}$	$\text{tang. } i_A = \frac{s_A}{t} + \frac{0{,}5\,\sigma\,\lambda}{t\,\sqrt{t^2 + s^2}} = \frac{s_A}{t} + \frac{0{,}5\,T\,c}{t\,\sqrt{t^2 + s^2}}$ $\text{tang. } i_B = \frac{s_B}{t} + \frac{0{,}5\,\sigma\,\lambda}{t\,\sqrt{t^2 + s^2}} = \frac{s_B}{i} + \frac{0\;5\,T\,c}{t\,\sqrt{t^2 + s^2}}$

Z równań w tabelce widzimy, iż zaniedbując w wyrazach *(B)* parametar „t^2" otrzymujemy z wzorów wyprowadzonych przez Lock'a, równania otrzymane według teorji Glauert'a.

XX. PRZYKŁAD OBLICZENIA WYCZYNÓW AUTOŻYRA.

Załóżmy, iż mamy wykonać obliczenia wstępne wyczynów autożyra o następujących danych:

Silnik „Genet" 80 MK.

Ciężar całkowity w locie $G = 475$ kg.

$\sigma = 0{,}04 \qquad \Theta = 2^0$

Wyliczamy opory szkodliwe aparatu (bez rotoru). Załóżmy, iż wynoszą one w naszym wypadku

$$\Sigma\,(f\,.\,k_x) = 0{,}28\ \text{m}^2.$$

Obliczenia maksymalnej szybkości.

Dla tego wypadku lotu mamy równanie

$$\frac{75\,\eta\,N}{G} = 2\,s\,\sqrt{\frac{s\,.\,p}{\rho\,\sigma\,\delta}} + \frac{p}{2\,\rho\,V} +$$

$$+ 2\ S\,.\,V^2\,\sqrt{\frac{\rho\,\sigma\,s}{\delta\,p}} + \frac{\rho}{2}\,.\,\frac{V^3}{G}\ \Sigma\,(f\,.\,k_x) \qquad (101)$$

[Uw. Licząc wielkościami angielskiemi należy położyć

$$\frac{550\,\eta N}{G} \quad \text{oraz:} \quad \rho\,\frac{V^3}{G}\,\Sigma\left(f\,\frac{k_x}{2}\right) \;]$$

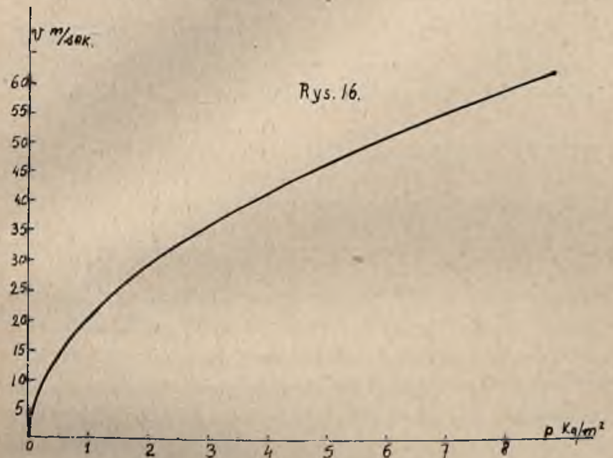
Przyjmując $\delta = 0{,}01$ (0,005 wg. ang.) otrzymujemy $s = 0{,}0195$ (równ. 57), oraz $S = 0{,}01191 = 0{,}012$ (równ. 73).

Przyrównując pierwszą pochodną do zera $\left(\frac{dN}{dp} = 0\right)$ otrzymujemy równanie

$$s\sqrt{\frac{s\,.\,p}{\rho\,\sigma\,\delta}} + \frac{p}{2\,p\,V} = S\,.\,V^2\sqrt{\frac{\rho\,\sigma\,s}{\delta\,.\,p}} \qquad (102)$$

które podaje nam obciążenia powierzchni rotoru w funkcji szybkości. Są to obciążenia, które przy danych szybkościach wymagają najmniejszej mocy, wzgl. przy danej mocy umożliwiają osiągnięcie możliwie największej szybkości.

Wykreślamy krzywą $p = f\,(V)$ wyliczając stałe współczynniki (wykres 16):



Rys. 16.

$$s\sqrt{\frac{s}{\rho\,\sigma\,\delta}} = 0{,}385\ (4\,.\,22)^{*}),\quad \frac{1}{2\,\rho} = 4\ (210)$$

$$S\sqrt{\frac{\rho\,\sigma\,s}{\delta}} = 0{,}00133\ (0\,.\,000256)$$

Poniższa tabelka podaje nam wyliczone odpowiednie wartości „V" dla przyjętych obciążeń „p".

Teraz z równania 93 wyliczamy dla różnych szybkości i różnych obliczeń moc potrzebną do lotu. By zdać sobie sprawę ile mocy potrzebujemy do pokonania oporów szkodliwych obliczamy osobno moc potrzebną dla tych oporów z równania:

$$\frac{75\,\eta N}{G} = \frac{\rho}{2}\,.\,\frac{V^3}{G}\,\Sigma\,(f\,.\,K_x)$$

lub

$$\eta N = \frac{\rho}{2}\,.\,\frac{V^3}{75}\,\Sigma\,(f\,.\,K_x)$$

jest to moc potrzebna na śmigle. Moc potrzebną na wale korbowym możemy uzyskać dzieląc otrzymane wyniki przez η śmigła. Poniższa tabelka podaje nam przeliczenie mocy według równania

$$N = \frac{1}{16}\,V^3\,\frac{0{,}28}{75}$$

V m/sek.	N na śmigle	N na wale korbowym
20	1,87 MK	2,5 MK
30	6,3 „	8,4 „
40	14,9 „	20 „
50	29 „	39 „
60	50,5 „	67 „

Powyższe przeliczenie dokonane zostało dla $\eta = 0{,}75$ przy wszystkich szybkościach, czyli założono, że dla każdej szybkości dobrane jest specjalne śmigło dające $\eta = 0{,}75$.

Osobno wyliczamy moc potrzebną do pokonania oporów rotoru według równania:

$$\frac{75\,\eta N}{G} = 2\,.\,s\sqrt{\frac{s\,.\,p}{\rho\,\sigma\,\delta}} + \frac{p}{2\,\rho\,V} + 2\,.\,S\,.\,V^2\sqrt{\frac{\rho\,\sigma\,s}{\delta\,.\,p}} \quad .\ .\ .\ . \quad (103)$$

V m/sek.	p = 1 kg/m²		p = 2 kg/m²		p = 3 kg/m²	
	$\frac{75\,\eta N}{G}$	ηN	$\frac{75\,\eta N}{G}$	ηN	$\frac{75\,\eta N}{G}$	ηN
20	2·58	16,3	2·85	18	3·20	20,2
30	4·18	26,5	3·95	25	3·98	25,2
40	6·48	41	5·45	34,5	5·22	33
50	9·3	59,8	7·52	47,7	6·90	43,6
60	13·0	82,5	10·5	63,7	8·94	56,6

p kg m²	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V opt. m/sek.	20,5	29,3	35,8	41,5	47	51	54,6	58,5	62,3
V opt. km/godz.	74	105	129	149	169	184	196	211	224

*) W nawiasach według współczynników angielskich.

V m/sek.	$p = 4$ kg/m² $\frac{75\,\eta N}{G}$	$p = 4$ kg/m² ηN	$p = 5$ kg/m² $\frac{75\,\eta N}{G}$	$p = 5$ kg/m² ηN	$p = 6$ kg/m² $\frac{75\,\eta N}{G}$	$p = 6$ kg/m² ηN
20	3·56	22,5	3·92	24,8	4·30	27,2
30	4·14	26,2	4·33	27,5	4·60	29,2
40	5·08	32,2	5·22	33	5·35	33,8
50	6·63	42	6·96	40,9	6·46	40,9
60	8·30	52,5	8·00	50,4	7·88	49,8

Na podstawie tych tabelek, kreślimy wykres Nr. 15 krzywych mocy potrzebnych do lotu dla różnych obciążeń „p" i różnych szybkości „V". Z wykresu tego widzimy, iż przy małych szybkościach lotu małe obciążenia rotoru wymagają mniejszych mocy, niż obciążenia duże, zaś przy dużych szybkościach lotu mniejszej mocy wymagają większe obciążenia rotoru.

Jeżeli teraz z wykresu Nr. 16 weźmiemy dla każdego obciążenia „p" odpowiadającą mu szybkość optimum i odpowiedni punkt naniesiemy na wykres Nr. 15, to otrzymamy szereg punktów I, II, III, IV i t. d.

Punkty te połączone ze sobą dają nam linję prostą, która jak widzimy z wykresu jest styczną do wszystkich krzywych i określa nam odrazu najmniejszą moc potrzebną do lotu, przy danej szybkości, jako też najkorzystniejsze obciążenie rotoru „p".

Na podstawie tych dwóch wykresów możemy odrazu określić szybkość maksymalną. Wiemy mianowicie, iż maksymalna moc rozporządzalna na wale korbowym wynosi dla naszego silnika $N = 88$ MK (moc normalna $N = 80$ MK), zakładając $\eta = 0{,}75$ otrzymujemy moc rozporządzalną na śmigle $N = 88.0{,}75 = 66$ MK.

Przy tej mocy $V_{maks} = 48{,}5$ m/sek. = 174 km/godz. (dla mocy 80 MK Vmaks = 165 km/godz.). Z wykresu Nr. 15 odczytujemy, iż moc potrzebna do pokonania oporów szkodliwych wynosi $N = 26$ MK, zaś moc potrzebna do pokonania oporów rotoru $N = 39{,}8$ MK, czyli w sumie $N = 65{,}8$ MK, przyczem najkorzystniejsze obciążenie rotoru wynosi $p = 5{,}5$ kg/m².

Sprawdzamy na wykresie Nr. 16, odczytując, iż dla $p = 5{,}5$ kg/m² $V_{opt.} = 47{,}5$ m/sek, co zgadza się dobrze.

Ponieważ ciężar naszej maszyny założyliśmy $G = 475$ kg. (w locie), zatem potrzebna powierzchnia rotoru wynosi:

$$F = \frac{47{,}5}{5{,}5} = 86 \text{ m}^2 \text{ czyli } D_{rot.} = 10{,}5 \text{ m.}$$

Kontrolując szybkość według równania Nr. 96 otrzymujemy:

$$\frac{75\,\eta N}{G} = 4{,}1 + 6{,}4 = 10{,}5$$

czyli $N = 26 + 40{,}5 = 66{,}5$ MK

co zgadza się z wykresami z dokładnością około 2%.

Z wykresu Nr. 15, widzimy również, iż im większa szybkość lotu, tem bardziej rośnie procentowo zapotrzebowanie mocy, potrzebnej do pokonania oporów szkodliwych.

Jeżeli naprzykład weźmiemy pod uwagę szybkość 40 m/sek., to moc ogólna, potrzebna do lotu, wynosi 15 + 33 = 48 MK, czyli opory szkodliwe pochłaniają 31% mocy całkowitej.

Natomiast przy szybkości np. 60 m/sek., mamy moc potrzebną do lotu 50,5 + 50,5 = 101 MK, czyli opory szkodliwe pochłaniają 50% mocy całkowitej.

Możemy to wywnioskować odrazu z równania Nr. 96, gdyż, jak widzimy tam, moc potrzebna do pokonania oporów szkodliwych rośnie z trzecią potęgą szybkości, zaś moc potrzebna do pokonania oporów rotoru rośnie w myśl równania:

$$N = a + \frac{b}{V} + c\,.\,V^2$$

a więc wolniej, niż opory szkodliwe, przyczem współczynniki a, b, c, mają dla danych założeń konstrukcyjnych wartości stałe.

W szczególności widzimy, iż wyraz „a" rośnie wraz z obciążeniem w stosunku $\sqrt{p}$, wyraz „b" rośnie proporcjonalnie do obciążenia „p", zaś wyraz „c" maleje proporcjonalnie do $\frac{1}{\sqrt{p}}$.

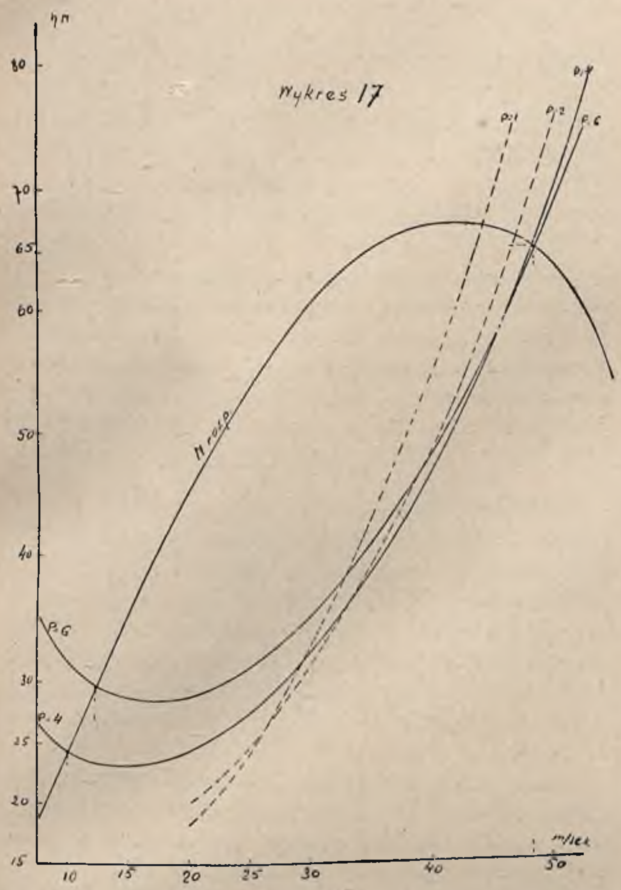
Ponieważ jednak wyraz „a" pozbawiony jest szybkości „V", zaś w wyrazie $\frac{b}{V}$ przy wzroście obciążenia rośnie również i „V", zatem przy dużych szybkościach wyrazy te nie grają zbytniej roli. W wyrazie trzecim $c.V^2$, przy wzroście szybkości, współczynnik „c" maleje, tem więcej, im większe jest obciążenie, przeto jest jasne, iż przy dużych szybkościach lotu i dużem obciążeniu „p", wyraz $c.V^2$ działa hamująco na wzrost mocy, zaś przy szybkościach dużych i małem obciążeniu, moc ta rośnie znacznie szybciej bo, jak widać z wykresu Nr. 15, prawie równolegle do krzywej oporów szkodliwych ($p = 1$ kg/m²).

W ogólności, im większe obciążenie powierzchni rotoru, tem wolniej rośnie moc potrzebna do lotu wraz ze wzrostem szybkości, ale też tem większa jest moc potrzebna do lotu przy małych szybkościach, oraz tem większa jest szybkość opadania pionowego.

Wykres Nr. 17 podaje nam całkowitą moc potrzebną do lotu w funkcji szybkości dla obciążenia 1, 2, 4, 6 kg/m².

Z wykresu tego widzimy natychmiast, iż przy mocy $N \simeq 66$ MK (na śmigle) i obciążeniu $p = 5{,}5$ kg/m² otrzymujemy: $V_{maks} = 48{,}3$ m/sek., przyczem szybkość prawie równą otrzymamy przy tejże mocy dla $p = 4$ kg/m², oraz $p = 6$ kg/m².

Widzimy z tego odrazu, iż ze względu na szybkość opadania pionowego, korzystniej jest dla naszej mocy silnika obrać $p = 4$ kg/m², gdyż wtedy bardzo niewiele



tracimy na szybkości maksymalnej, zaś szybkość opadania pionowego znacznie zmniejszamy.

By znaleźć moc rozporządzalną dla każdej szybkości, zakładamy, iż śmigło dobrane jest do szybkości $V = 150$ km/godz., czyli 41, 7 m/sek. Doboru śmigła dokonujemy wg. książki „Aircraft Propeller Design" by Fred E. Weick, 1930, przyczem obliczone η maks $= 0{,}78$.

Dla różnych szybkości wyliczamy sprawność śmigła

$$\eta = \eta \text{ maks. } \varepsilon \quad \text{przyczem } \varepsilon = \frac{3}{2}\left[\frac{V}{V_0} - \frac{1}{3}\left(\frac{V}{V_0}\right)^3\right]$$

czyli otrzymujemy:

V	20	30	40	48,5	50	60	70	m/sek.
V/V_0	0,480	0,715	0,955	1,160	1,195	1,435	1,675	
ε	0,665	0,90	0,995	0,96	0,94	0 65	0.165	
η	0,52	0,70	0,775	0,75	0,735	0,51	0,13	
$N_{rozp.}$	46	61,5	68	66	64,5	45	11,5	MK

Wykreślamy krzywą mocy rozporządzalnej (wykres Nr. 17).

Jak widzimy z wykresu, największy nadmiar mocy mamy przy szybkości $V = 28.75$ m/sek. $= 103$ km/godz. Nadmiar ten wynosi:

dla $p = 6$ kg./m² $N_n = 26{,}2$ MK
$p = 5$ „ $N_n = 27{,}5$ „
$p = 4$ „ $N_n = 29$.

Stąd otrzymujemy natychmiast szybkości wznoszenia się z równania:

$$\omega = \frac{75 \cdot N_n}{G} \text{ m/sek.} \quad . . . . \quad (104$$

zatem otrzymujemy:

$p = 6$ kg./m² $\omega = 4{,}13$ m.sek.
$p = 5$ „ $\omega = 4{,}35$ „
$p = 4$ „ $\omega = 4{,}6$ „

Chcąc obliczyć pułap, wyliczamy dla różnych wysokości 1000, 2000, 3000 m. i t. d., oraz dla różnych szybkości moc potrzebną do lotu wg. równania:

$$N_H = N_z \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta_H}} \quad . . . . . \quad (105)$$

gdzie:

N_H = moc potrzebna do lotu na wysokości „H".
N_z = moc potrzebna do lotu przy ziemi.
δ_H = stosunek gęstości powietrza na wysokości „H" do gęstości powietrza przy ziemi.

H	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	m.
δ_H	1	0,9175	0,8216	0,7421	0,668	0,6008	0,538	
$\sqrt{\delta_H}$	1	0,9526	0,9064	0,8615	0,8177	0,7751	0,7337	

Następnie wyliczamy moc rozporządzalną dla każdej wysokości dla poszczególnych szybkości wg. równania:

$$N_H \cong N_Z \, \eta \, \varepsilon \, \nu \, . \, \omega \quad . . . . \quad (104)$$

$$\text{gdzie } \nu = \frac{pz}{po}\sqrt{\frac{T_0}{T}}$$

wyraża zmniejszenie się mocy z wysokością, zaś „ω", spadek ilości obrotów.

H	0 m	1000	2000	3000	4000	5000	6000
ν	1	0,898	0,805	0,715	0,640	0,565	0,500

Jeżeli mamy wykres mocy silnika dla różnych wysokości, to moc rozporządzalną na wale korbowym dla każdej wysokości odczytujemy wprost z wykresu.

Mając te przeliczenia dla różnych wysokości, znajdujemy dla każdej z nich (jak poprzednio) maksymalną szybkość wznoszenia i robimy wykres szybkości wznoszenia się w funkcji wysokości.

Dla szybkości wznoszenia $w = 0$ m/sek. mamy pułap teoretyczny, zaś dla $w = 0{,}5$ m/sek. pułap praktyczny.

Ilość obrotów rotoru (średnią) wyliczamy z równania:
czyli:

$$\omega R = 2 \sqrt{\frac{s \,.\, p}{\rho \;\sigma \;\delta}} = \frac{R \,.\, \pi \,.\, n}{30} \quad \ldots \quad (91)$$

czyli:

$$n = \frac{60}{\pi \; R} \sqrt{\frac{s \,.\, p}{\rho \,\sigma \,.\, \delta}} \quad \ldots\ldots \quad (105)$$

zatem otrzymujemy:

p	R mtr	n na minutę	$R\ \omega$	u m/sek.
6 kg./m²	5,0	260	136 m/sek.	2,65
5 „	5,5	215	124 „	2,43
4 „	6.15	171	110,5 „	2,15

$$u = R \,.\, \omega \,.\, s$$

Maksymalnej szybkości odpowiada C_y, które wyliczamy z równania:

$$C_y = 100 \,\frac{16\ p}{V^2} = \frac{1600\ p}{2250}$$

p. kg/m²	C_y
6	4.28
5	3.55
4	2.85

Szybkość opadania pionowego.

Obliczamy współczynniki:

$$F = \frac{\sigma \,.\, \delta}{8 \,.\, s^3} = \frac{0{,}04{,}0{,}005}{8{,}0{,}0195^3} = 3{,}38$$

$$\frac{1}{f} = 2 + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{F}} = 2 + \frac{1{,}73}{\sqrt{3{,}38}} = 2 + 0{,}94 = 2{,}94,\ f = 0{,}34$$

zatem szybkość opadania pionowego

$$w = \sqrt{\frac{p}{2 \,.\, \rho \,.\, f}} = 3{,}42 \sqrt{p} \quad \text{m/sek.}$$

Wysokość spadku, odpowiadającą szybkości opadania „w" wyliczamy z równania:

$$h = \sqrt{\frac{w^2}{2 \,.\, g}} = \frac{w}{4{,}44} \quad \text{mtr.}$$

Poniższa tabelka podaje nam te przeliczenia:

p kg./m²	w m/sek.	h mtr.
6	8,36	1,87
5	7,65	1,72
4	6,84	1,54

Widzimy zatem, że szybkość opadania pionowego maleje przy malejącem obciążeniu powierzchni rotoru, jak również przy rosnącym parametrze σ, czyli przy malejącem wydłużeniu śmig. Jednak ze względów podanych poprzednio, obieramy wydłużenie śmig możliwie duże.

Chcąc wykreślić biegunową rotoru, posługujemy się równaniami Nr. 73, względnie 79.

Równania te jednak są bardzo niewygodne w użyciu, liczenie zaś niemi długotrwałe i żmudne.

Mając biegunową rotoru, możemy wyliczyć wyczyny autożyra w sposób analogiczny, jak dla normalnego samolotu.

XXI. ZAKOŃCZENIE.

Autożyro, jakkolwiek w początkach swego rozwoju — to jednak już dzisiaj wykazało swe zasadnicze cechy, swoje zalety i wady, na podstawie których można sądzić o jego dalszym rozwoju i możliwościach.

Główną cechą, a zarazem i zaletą autożyra, jest bardzo duże bezpieczeństwo lotu (od czasu wzlotu pierwszego autożyra zdarzył się tylko jeden śmiertelny wypadek i to według wszelkiego prawdopodobieństwa z winy pilota).

Rotor autożyra daje siłę nośną nawet przy szybkości postępowej $V = 0$, czyli możliwe jest pionowe opadanie w dół, przyczem szybkość opadania jest mniejsza od szybkości opadania spadochronu o tej samej powierzchni i obciążeniu. W locie jest zatem autożyro „nieprzeciągalne" i jeśli nadamy rotorowi zbyt duży kąt natarcia, to nie traci on swych obrotów, a zatem i nośności, lecz jedynie cała maszyna zaczyna opadać w dół. Nie ma zatem niebezpieczeństwa przy ewentualnych błędach pilotażu u ucznia, szkolącego się w lataniu, zatem pilotaż jest, naogół biorąc, łatwiejszy. Wyrazem tego jest fakt, iż w Ameryce wymagania dla pilotów autożyra są mniejsze, niż dla pilotów normalnych samolotów.

Prócz tego, w burzliwem powietrzu, rotor autożyra przyjmuje miękko podmuchy wiatru, dzięki elastycznemu umocowaniu śmig, tak, że lot nie jest tak niespokojny, jak przy normalnym samolocie.

Pozatem rotor jest sam dla siebie płaszczyzną samostateczną, zatem nie potrzebuje do swego ustatecznienia opierzenia poziomego i lotek. Wyrazem tego jest nowy ostatnio powstały typ autożyra, gdzie nie ma dodatkowych skrzydeł ani opierzenia poziomego, jedynie opierzenie pionowe jest zachowane, co zmniejsza znacznie opory całej maszyny.

Jeżeli rotor jest napędzany na ziemi (przy rozruchu) od silnika (zapomocą samoczynnie wyłączającego się sprzęgła), to start autożyra jest krótki, a wznoszenie się strome.

Dalszą zaletą autożyra, wynikającą z możności pionowego opadania jest możność lądowania na bardzo małych terenach.

Łatwość składania śmig do tyłu wzdłuż kadłuba umożliwia bardzo łatwe i wygodne hangarowanie.

Wadą autożyra są nieco większe opory rotoru, niż normalnego skrzydła, co wyraża się głównie w mniejszym nadmiarze mocy i mniejszej szybkości wznoszenia się, niż przy analogicznym normalnym samolocie. Szybkość maksymalna jest mniej więcej taka sama, zaś szybkość lądowania znacznie mniejsza i dochodzi do 25 — 30 kilom/godz.

Wadą jest też czułość rotoru na przeciążenie, czemu jednak łatwo zaradzić przez zamianę rotoru w razie potrzeby.

Rotor sam wymaga precyzyjnego wykonania, jakkolwiek konstrukcja samej śmigi jest bardzo prosta, gdyż składa się ona jedynie z jednej rury stalowej (o wysokiej wytrzymałości) z nawleczonymi na nie żeberkami.

Sterowanie przy maszynie, pozbawionej lotek i opierzenia poziomego, odbywa się przez nachylanie całej płaszczyzny rotoru w stosunku do reszty autożyra.

Reasumując, nadaje się autożyro w szczególności jako:

Samolot sportowy dla amatora — ze względu na łuże bezpieczeństwo lotu i łatwość pilotażu.

Samolot łącznikowy — dla celów wojskowych, przyczem oprócz wymienionych już zalet, gra tu bardzo dużą rolę doskonała widoczność we wszystkich kierunkach (zwłaszcza przy typie bezskrzydłowym), jakoteż doskonała zwrotność samej maszyny, dzięki nieobecności sztywnego i ciężkiego skrzydła jak przy normalnym samolocie. Rotor na skutek przegubowego umocowania śmig nie daje żadnego momentu żyroskopowego, dzięki czemu maszyna pozbawiona bezwładnej masy skrzydła jest zwrotniejsza.

Samolot sanitarny, przyczem lot jest bardzo spokojny nawet przy burzliwej pogodzie.

Samolot komunikacyjny, gwarantujący duże bezpieczeństwo lotu.

W Niemczech niedawno otwarto na próbę linję lotniczą Berlin — Hamburg, obsługiwaną przez autożyra.

Samolot towarzyszący dla współpracy z głównemi rodzajami broni.

Samolot bombardujący — łatwość celowania przy pionowem opadaniu, jakoteż możność b. znacznego przeciążenia maszyny, dzięki łatwej zamianie śmig rotoru.

BIBLJOGRAFJA.

1. Glauert, A General theory of the Autogyro. Reports and Memoranda Nr. 1111 (1926) Aeronautical Research Committee.

2. Lock, Further developement of Autogyro theory. R. a. M. 1127 (1927).

3. Lock and Townend, Wind tunnel experiments on a model Autogyro at small angles of incidence. R. a. M. Nr. 1154 (1928).

4. Glauert and Lock, A summary of the experimental and theoretical investigations of the characteristics of an Autogyro. R. A. M. Nr. 1162 (1928).

5. Glauert, Lift and torque of an Autogyro on the ground. R. a. M. Nr. 1131 (1927).

6. Caygill and Woodward, Nutt, Wind tunnel and dropping tests of Autogyro models. R. a. M. Nr. 1116 (1926).

7. M. Schrenk, Das Drehflügel-Flugzeug. V. D. I. Bd. 76, str. 843. (1932).

8. M. Schrenk, Entwicklungsrichtungen im gegenwärtigen Flugzeugbau. Z. F. M. 24, Heft 10. (1932).

9. Bennett, Uber den Flug eines Autogiro mit grosser Geschwindigkeit. Z. F. M. 24. Heft. 17. (1933).

10. M. Schrenk. Die aerodynamischen Grundlagen der Tragschraube. Z. F. M. 24. Heft, 15, 16, 17. (1933).

11. Sanders and Rawson. The book of the C. 19 Autogiro. (1931).

Dr. inż. STEFAN NEUMARK

Obliczanie długości startu i lądowania z uwzględnieniem wiatru

Zagadnienie startu i lądowania było już wielokrotnie badane przez szereg autorów, głównie niemieckich [1]), przyczem podlegało ono rozpatrywaniu z najrozmaitszych punktów widzenia i przy użyciu różnych metod, zarówno wykreślnych jak i rachunkowych. W niniejszym artykule chodzi przedewszystkiem o uwzględnienie wpływu wiatru na długość startu i lądowania. Kwestja

[1]) Poniżej podaję wykaz ważniejszych prac z tego zakresu:

a) Alayrac, Mécanique de l'aviation, Paris 1925, rozdz. XIII (L'atterrissage et l'envol), str. 315/322.

b) A. Pröll, Die Startstrecke bei Flugzeugen, ZFM 1926, str. 316/322.

c) F. Z. Diemer, Verfahren zur graphischen Untersuchung der Startverhältnisse eines Flugzeugs, ZFM 1926, str. 325/326.

ta wzbudziła zainteresowanie w związku z ustalaniem instrukcyj dla zawodów lotniczych w tych wszystkich przypadkach, gdy punktacja obejmowała m. in. próby startu i lądowania. Próby te nie mogą naogół być przeprowadzone dla wszystkich uczestników w jednakowych warunkach, t. j. przy jednakowym wietrze. Aby więc nie premjować zawodników, napotykających na najsilniejszy wiatr przy próbie, konieczne jest ustalenie wzorów, pozwalających sprowadzić wszystkie wyniki do warunków jednakowych, a więc np. do bezwietrznej pogody. Musimy przytem w miarę możności spełnić następujące warunki:

A) Wzory powinny być możliwie proste, aby można było w krótkim czasie, pozostającym do dyspozycji organów kontrolujących zawody, przeliczyć obfity materjał cyfrowy, zebrany na lotnisku.

B) Wzory powinny być dostatecznie dokładne. Znaczy to, że jeśli w związku z niedoskonałością teorji i z wymaganiem *A* zatrzymamy się na pewnem przybliżeniu, to wzory nie mogą w żadnych warunkach powodować *wyraźnych* błędów na korzyść lub na szkodę zawodnika; należy więc uniknąć takiej sytuacji, by — już po uwzględnieniu przyjętego sposobu przeliczania — dla jakiejkolwiek maszyny pojawiła się możliwość uzyskania wyraźnie lepszych wyników bądź przy silnym, bądź przy słabym wietrze.

C) Wzory powinny zawierać tylko takie wielkości, które można *łatwo* mierzyć w czasie właściwej próby, przy użyciu najprostszych środków (taśmy mierniczej, stoppera, wiatromierza), a więc np. długość i czas startu oraz szybkość wiatru, natomiast wyrugować należy takie wielkości, których pomiar w czasie próby jest trudny lub wymaga specjalnej skomplikowanej aparatury (np. szybkości lub przyśpieszenia samolotu w określonych chwilach startu i t. p.).

D) Tembardziej nie powinny figurować we wzorach takie wielkości, których wyznaczenie wymaga odrębnych specjalnych pomiarów, niezwiązanych z właściwą próbą startu lub lądowania, a więc np. pomiarów ciągu, spółczynnika tarcia, spółczynników aerodynamicznych płatowca (krzywa biegunowa) i t. p.

Różne postaci wzorów przeliczeniowych, o które nam chodzi, były proponowane (szczególniej dla startu) przez Blenk'a, Brissot'a, Förstner'a i Schrenk'a (odsyłacz 1 d, f, i, j). Ponieważ jednak autorowie ci nie mieli na celu specjalnie instrukcyj dla zawodów lotniczych, a raczej potrzeby konstruktorów, więc oczywiście nie mieli oni powodu uwzględniać wyżej podanych warunków *C* i *D*. Nic też dziwnego, że wzory ich zawierały, jako jeden z głównych parametrów, szybkość u_a, jaką posiada samolot względem powietrza w chwili oderwania od ziemi. Otóż *pomiar* tej szybkości w czasie startu jest bardzo utrudniony (wiarogodne wyniki mogłaby dać chyba tylko metoda kinematograficzna). Łatwiej byłoby tę szybkość *obliczać*, przyczem jednak należałoby przedewszystkiem rozstrzygnąć różnicę poglądów poszczególnych autorów co do definicji tej szybkości; bowiem autorowie niemieccy przyjmują, że ta „Abhebegeschwindigkeit" oznacza szybkość lotu, odpowiadającą wznoszeniu pod największym kątem, francuscy zaś biorą zamiast tego minimalną szybkość lotu poziomego („vitesse minimum en palier"). Niezależnie jednak od tej wątpliwości, obliczanie prędkości u_a wymaga znajomości krzywej biegunowej płatowca, co jest zgóry wykluczone przez nasz warunek *D*. Należy nadmienić, że w instrukcji wykonawczej ostatnich Międzynarodowych Zawodów Samolotów Turystycznych (Challenge 1932) figurował właśnie jeden ze wzorów Blenk'a, który zawierał również tę szybkość u_a i sprawił w związku z tem wiele kłopotów przy ustalaniu punktacji startu i lądowania. Racjonalny punkt widzenia został wysunięty dopiero we wrześniu 1933 r. przez Mathias'a (odsyłacz 1 m), który w krótkim artykule sformułował poraz pierwszy wymaganie, podane wyżej pod C, i zaproponował wzór przeliczeniowy dla startu w postaci [2]):

$$s = s^* \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_w\, T^*}{s^*}\right)^2, \quad \ldots \quad (1)$$

gdzie v_w oznacza szybkość wiatru, s^* — zmierzoną długość rozbiegu, T^* — zmierzony czas rozbiegu przy szybkości wiatru v_w, wreszcie s — szukaną długość rozbiegu bez wiatru. Taki sam wzór proponuje on i dla przeliczania długości dobiegu przy lądowaniu.

Wzór Mathias'a spełnia nasze warunki *A*, *C* i *D*. Jak dalece odpowiada on warunkowi *B*, tego z przytoczone-

---

d) H. Blenk, Startformeln für Landflugzeuge, ZFM 1927, str. 25/32.

e) A. Pröll, Der Start schwer belasteter Flugzeuge, ZFM 1928, str. 25/30.

f) A. Brissot, Etude sur les longueurs de roulement au décollage et à l'atterrissage des avions, Services Techniques de l'Aéronautique, Bulletin Technique No. 59, Paris 1929, str. 1/36.

g) G. Mathias, Startformeln für Landflugzeuge, ZFM 1929, str. 528/529.

h) G. A. Mokrzycki, Rozbieg startujących samolotów, Sprawozd. Kwart. IBTL. Nr. 3, Warszawa 1930, str. 26/30.

i) G. Förstner, Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung der Flugleistungen von Landflugzeugen, ZFM 1932, str. 169/173.

j) M. Schrenk, Abflug und Schraubenzug, ZFM 1932, str. 629/638.

k) E. Allard, Cours d'Aéronautique, Paris 1932, str. 234/236.

l) F. Janik, Obliczenie drogi dobiegu lądującego samolotu z uwzględnieniem hamowania kół, Sprawozd. IBTL. Nr. 8, Warszawa 1932, str. 139/157.

m) G. Mathias, Einfache Beziehungen für den Windeinfluss beim Abflug von Landflugzeugen, ZFM 1933, str. 472/473.

---

[2]) Wzór podaję tu ściśle według oznaczeń oryginału; w dalszym ciągu stosowane są inne oznaczenia.

go artykułu stwierdzić się nie da, autor ograniczył się bowiem do przerachowania *jednego przykładu liczbowego*, przyczem otrzymał istotnie bardzo dobrą zgodność wyników; oczywiście nie gwarantuje to jeszcze takiej samej dokładności rezultatów *we wszystkich przypadkach.* Z drugiej strony Mathias przy wyprowadzaniu swego wzoru opiera się na szeregu prac poprzednich, czyniąc użytek z wielu niedostatecznie ugruntowanych przybliżeń, tak że ostatecznie zorjentowanie się w całym tym materjale, a tembardziej oszacowanie błędów w końcowym wzorze, wymaga bardzo kłopotliwych poszukiwań i zestawiania poszczególnych prac, różniących się oznaczeniami i sposobem teoretycznego ujęcia. Z tego względu wydaje mi się użytecznem zrekonstruować w krótkości całą teorję, aż do wzoru Mathias'a włącznie i ocenić dokładność tego wzoru, a więc i stopień jego przydatności. Zajmiemy się najpierw startem, poczem badanie lądowania będzie wymagało już tylko niewielkich zmian.

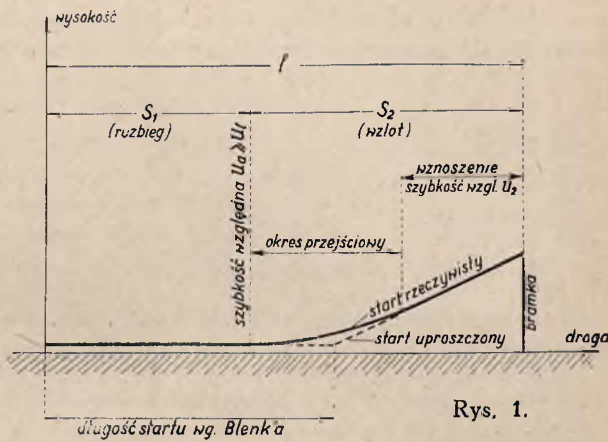
I. START.

Całkowity przebieg startu może być podzielony na trzy okresy (rys. 1). Pierwszy *(rozbieg)* polega na tem, że samolot toczy się po lotnisku ruchem przyśpieszonym, aż do osiągnięcia takiej szybkości względem powietrza, przy której staje się możliwem i następuje oderwanie od ziemi. Ta szybkość musi być oczywiście conajmniej równa minimalnej szybkości lotu poziomego (szybkości lądowania) u_l, wyrażającej się znanym wzorem:

$$u_l = \sqrt{\frac{2\,G g}{F \gamma c_{yl}}},$$

w którym G oznacza ciężar samolotu, F — powierzchnię nośną, γ — ciężar właściwy powietrza, g — przyśpieszenie ziemskie, c — największą wartość spółczynnika siły nośnej, odpowiadającą t. zw. „krytycznemu" kątowi natarcia. Rozbieg odbywa się z reguły przy kącie natarcia i_1 mniejszym od krytycznego, jeżeli tedy pilot chce możliwie najprędzej oderwać się od ziemi, to musi podciągnąć maszynę do krytycznego kąta natarcia akurat w momencie osiągnięcia względnej szybkości u_l. Rozumie się, że szybkość względna u_a, przy której rzeczywiście następuje oderwanie, bywa często większa od u_l — bądź wskutek niedoskonałości manewru, bądź w wyniku świadomej woli pilota.

W drugim *okresie przejściowym* (niem. „Anschweben") samolot nie dotyka już ziemi i porusza się po pewnym łuku, stanowiącym przejście do *prostolinjowego wznoszenia*, które odbywa się w trzecim okresie startu. W próbie startu trzeci okres kończy się nad bramką. W tym trzecim okresie szybkość względna u_2 i kąt natarcia i_2 odpowiadają mniej lub więcej ściśle największemu kątowi wznoszenia. O ile szybkość u_2 jest większa od u_a, jak to najczęściej bywa, to w okresie drugim samolot musi jeszcze przyśpieszać, co wymaga dość łagodnego więc długiego łuku; im u_a jest bliższe u_2, tem łuk może być krótszy. Blenk (l. c.) proponował wobec tego zastąpić w obliczeniu start rzeczywisty przez uproszczony (na rys. 1 linja przerywana), w którym okres pierwszy trwa aż do osiągnięcia szybkości u_2, poczem odrazu rozpoczyna się okres trzeci. W związku z tem Blenk nazywa „długością startu" długość rozbiegu, aż do osiągnięcia szybkości względnej u_2; w przeciwieństwie do tego, Brissot oblicza długość startu, jako długość rozbiegu do osiągnięcia szybkości u_l.



Rys. 1.

W artykule niniejszym nie będziemy wcale usiłowali rozstrzygać tych subtelnych wątpliwości, a tembardziej badać kwestji, jaki sposób startu jest najkorzystniejszy. W związku z jedynym naszym celem (uwzględnienie wpływu wiatru na całość próby startu), podzielimy całą długość startu l na dwie części: *długość rozbiegu* s_1 (od początku ruchu do oderwanej) oraz długość wzlotu s_2 (od miejsca oderwania do bramki). Oznaczać będziemy przytem przez u_a tę szybkość względną, przy której rzeczywiście następuje oderwanie od ziemi, niezależnie od tego, czy jest ona równa u_l, czy u_2, czy też ma jakąś wartość pośrednią. Główna trudność związana jest przytem z przeliczaniem długości rozbiegu s_1, gdyż dla długości wzlotu s_2 rachunek, jak zobaczymy, jest bardzo prosty.

Rozpatrzymy przedewszystkiem zjawisko rozbiegu, zakładając odrazu, że odbywa się ono z wiatrem przeciwnym o stałej szybkości w. Oznaczymy przez v bezwzględną szybkość samolotu w dowolnej chwili t, w takim razie szybkość względem powietrza u wyrazi się wzorem:

$$u = v + w \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Równanie ruchu samolotu w czasie rozbiegu będzie:

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = S - c_{x1}\, F \frac{\gamma}{2g}\, u^2 - \mu \left(G - c_{y1}\, F \frac{\gamma}{2g}\, u^2 \right), \quad . \; . \; . \quad (3)$$

przyczem S oznacza ciąg śmigła, c_{y1} i c_{x1} — spółczynniki siły nośnej i oporu, odpowiadające kątowi natarcia i_1, wreszcie μ — spółczynnik tarcia, który uważamy za stały. Ciąg S nie może być w tem równaniu uważany za stały: maleje on w miarę wzrostu szybkości względ-

nej u i może być wyrażony dostatecznie ściśle w funkcji tej szybkości znanym wzorem Alayrac'a — Everling'a [3]):

$$S = S_0 - \sigma \frac{\gamma}{2g} u^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

gdzie S_0 oznacza ciąg śmigła w miejscu, a σ jest stałym spółczynnikiem, posiadającym wymiar powierzchni; dogodniej jest wprowadzić na miejsce σ iloczyn powierzchni nośnej F przez odpowiednio dobrany stały spółczynnik oderwany c_s, a więc przyjąć[4]):

$$S = S_0 - c_s \; F \frac{\gamma}{2g} u^2. \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

Spółczynnik c_s zależy od charakterystyk śmigła i od stosunku powierzchni śmigła do powierzchni nośnej; wartość jego waha się najczęściej od 0,02 do 0,05.

Wstawiając (4a) do (3), otrzymamy następujący wzór na przyśpieszenie w czasie rozbiegu:

$$\frac{dv}{dt} = \left(\frac{S_0}{G} - \mu\right) g - (c_s + c_{x1} - \mu c_{y1}) \frac{\gamma F}{2G} u^2. \quad (5)$$

Autorowie francuscy (Brissot, Allard) przyjmują, że ciąg śmigła jest stały w czasie rozbiegu. W myśl takiego założenia, należałoby we wzorze (5) pominąć poprostu c_s. Zmniejszyłoby to dokładność całego rachunku, nie dając wzamian żadnego istotnego uproszczenia. W rzeczy samej, powiększenie spółczynnika oporu płatowca c_{x1} o dodatkowy stały wyraz c_s (który można traktować jako „spółczynnik oporu śmigła, odniesiony do powierzchni nośnej płatowca") w niczem nie komplikuje teorji.

We wzorze (5) pierwszy wyraz jest stały, t. zn. niezależny ani od szybkości, ani od kąta natarcia; drugi wyraz natomiast rośnie proporcjonalnie do u^2, a ponadto zależy od kąta natarcia. Widoczne jest, że przyśpieszenia przy danem u, jest tem większe, im mniejsze $(c_{x1} - \mu c_{y1})$. Aby więc rozbieg odbywał się w możliwie najkorzystniejszy sposób, powinien kąt natarcia i_1 spełniać warunek:

$$\frac{dc_x}{dc_y} = \mu,$$

t. zn. że spółczynnik kątowy stycznej do biegunewej w odnośnym punkcie powinien być równy spółczynnikowi tarcia. Ponieważ ten ostatni przyjmujemy za stały, więc kąt natarcia i_1 powinien w miarę możności pozostawać także w czasie rozbiegu niezmienny i to tem mniejszy, im teren jest gładszy. W dalszych rachunkach założymy że kąt i_1 jest stały, nie przesądzając zresztą, czy spełnia on warunek najkorzystniejszego startu; tem samem i spółczynniki c_{x1}, c_{y1} będziemy uważać za niezmienne. Założenie to może niezupełnie ściśle odpowiadać rzeczywistemu przebiegowi startu, błąd popełniony przez to jest jednak znikomy. W rzeczy samej, za wyłączeniem krótkiej chwili początkowej, gdy płoza dotyka jeszcze ziemi, cały pozostały rozbieg odbywa się przy prawie stałym kącie natarcia, drobne zaś jego zmiany odgrywają zupełnie nieznaczny wpływ na wartość dwumianu $(c_{x1} - \mu c_{y1})$ w otoczeniu jego minimum.

Wzór (5) możemy jeszcze przedstawić w nieco dogodniejszej postaci, biorąc pod uwagę, że w chwili oderwania samolotu od ziemi, ciężar jego równa się sile nośnej:

$$G = c_{ya} \, F \frac{\gamma}{2g} \, u_a^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

przyczem c_{ya} ($\leqslant c$) oznacza tę wartość spółczynnika siły nośnej, jaka właśnie jest osiągana w chwili oderwania. Rugując przy pomocy (6) G w drugim wyrazie wzoru (5), znajdziemy:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(\frac{S_0}{G} - \mu\right) - g \, \frac{c_s + c_{x1} - \mu c_{y1}}{c_{ya}} \cdot \frac{u^2}{u_a^2} = $$

$$= A \left(1 - \beta \, \frac{u^2}{u_a^2}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

gdzie dla skrócenia wprowadzono oznaczenia:

$$A = g \left(\frac{S_0}{G} - \mu\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8a)$$

$$\beta = \frac{c_s + c_{x1} - \mu c_{y1}}{c_{ya}} : \left(\frac{S_0}{G} - \mu\right) \quad . \quad . \quad . \quad (8b)$$

Zauważmy, że wzory dotychczasowe stosują się zarówno do startu pod wiatr, jak i bez wiatru, w ostatnim przypadku należy tylko w myśl (2) zastąpić u przez v.

Musimy teraz zastanowić się nad rolą stałych A i β, które decydują o przebiegu startu, i nad ich wartościami liczbowemi. Najważniejszy jest parametr A, oznaczający wielkość przyśpieszenia przy $u = O$ (t. j. w początkowej chwili, o ile niema wiatru). Jest on tem większy, im większy stosunek $S_0 : G$, t. j. im mocniejszy silnik w stosunku do ciężaru, i im mniejszy spółczynnik tarcia. Stosunek $S_0 : G$ bywa bardzo różny, jednak najczęściej waha się od 0,2 do 0,4, wyjątkowo wzrosnąć może do 0,5, natomiast dla maszyn bardzo przeciążonych (np. przed lotem długodystansowym) spada bardzo znacznie, niekiedy do 0,1. Co do spółczynnika tarcia, to materjał doświadczalny nie jest dotąd wystarczający, skąd pochodzą znaczne różnice u poszczególnych autorów. Blenk przyjmuje jako wartość typową 0,1, co niewątpliwie jest liczbą dość wygórowaną; Brissot podaje przesadnie małą wartość 0,03, która może być właściwa jedynie w wyjątkowo korzystnych warunkach przy gładkiej betonowej nawierzchni. Zdaje się, że w przeciętnych warunkach najlepiej przyjmować μ od 0,05 do 0,08. W związku z tem A waha się najczęściej w granicach

$$0{,}12 \; g < A < 0{,}35 \; g$$

---

[3]) Alayrac, Etude sur le vol ascendant, La Technique Aéronautique X, 1914, str. 41. E. Everling, Der Aufstieg von Flugzeugen, ZFM 1916, str. 124.

[4]) Tę nieco zmodyfikowaną postać wzoru Alayrac'a wprowadziłem w pracy „Metoda analityczna w mechanice lotu", Sprawozd. IBTL. Nr. 8 (1932) i Nr. 12 (1933). Podałem tam również sposoby wyznaczania wielkości S_0 i c_s z charakterystyk silnika i śmigła. Blenk w cytowanym już artykule stosuje wzór (4), wielkości S_0 i σ wyznacza zgrubsza w sposób nasuwający wiele wątpliwości.

i jedynie w razach silnego przeciążenia, które w zawodach sportowych nie wchodzi w rachubę, może spaść do kilku setnych przyśpieszenia ziemskiego (oczywiście A musi być zawsze dodatnie, gdyż inaczej start wogóle nie mógłby się rozpocząć).

Drugi wyraz we wzorze (7), zawierający spółczynnik β, przybiera w pierwszej fazie rozbiegu bardzo małe wartości, następnie jednak szybko wzrasta wraz z u i w chwili końcowej osiąga wartość βA; całkowite przyśpiesznie końcowe wynosi $(1-\beta) A$. W związku z tem możnaby nazwać β „spółczynnikiem zmian przyśpieszenia przy starcie". O ile β jest dodatnie, to przyśpieszenie maleje w czasie rozbiegu, w przeciwnym razie wzrasta. W każdym razie musi być $\beta < 1$, gdyż w przypadku przeciwnym samolot nigdy nie osiągnąłby prędkości względnej u_a, start zatem musiałby się skończyć niepowodzeniem. Niełatwo jest ustalić praktyczne granice tego spółczynnika β, który zależy od większej ilości parametrów. Jest on zwykle dodatni, gdyż stosunek $\frac{c_s + c_{x1}}{c_{y1}}$ jest najczęściej większy od μ; jedynie w przypadku, gdy płatowiec ma szczególnie dobrą biegunową, a jednocześnie spółczynnik tarcia jest b. duży, możemy otrzymać dla β wartość ujemną, ale już chyba tylko wyjątkowo mniejszą od $(-0{,}2)$. Przeciwnie, przy małym współczynniku tarcia i gorszych własnościach aerodynamicznych płatowca, β może osiągać wartości dodatnie do $(+0{,}4)$, wyjątkowo tylko więcej [5]). Najczęściej β jest małe dodatnie, np. 0,2 lub 0,1, a nieraz zdarzyć się może dokładnie $\beta = 0$ i wtedy rozbieg jest ruchem jednostajnie przyśpieszonym (z przyśpieszeniem A). Można też spotkać się z powierzchowną opinją, że rozbieg przy starcie powinien być zawsze uważany za jednostajnie przyśpieszony [6]). Przykłady nasze świadczą jednak, że w pewnych razach zmiany przyśpieszenia dochodzić mogą do 40%. Możemy więc zanotować tylko orjentacyjne granice:

$$-0{,}2 < \beta < 0{,}4\,.$$

Najczęściej niezgodne z rzeczywistością założenie, że $\beta = 0$, odgrywa w całej teorji startu tylko tę rolę, że nadzwyczajnie upraszcza wszystkie rachunki. Przy założeniu tem otrzymujemy mianowicie z (7) elementarne wzory na szybkość v i drogę s w ruchu jednostajnie przyśpieszonym (bezwzględnym):

$$v = At\,; \qquad s = \frac{A t^2}{2} = \frac{v^2}{2A}\,.$$

O ile start odbywa się pod wiatr, rozbieg kończy się, gdy szybkość v *osiąga wartość* $(u_a - w)$; o ile wiatru niema, to v musi osiągnąć wartość u_a. Oznaczając więc czas i długość rozbiegu pod wiatr przez t_1 i s_1, a bez wiatru — odpowiednio $\bar{t}_1$ i $\bar{s}_1$, otrzymamy:

$$t_1 = \frac{u_a - w}{A}\,, \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

$$\bar{t}_1 = \frac{u_a}{A}\,, \quad \ldots\ldots \quad (\bar{9})$$

$$s_1 = \frac{(u_a - w)^2}{2A}\,, \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

$$\bar{s}_1 = \frac{u_a^2}{2A}\,. \quad \ldots\ldots \quad (\overline{10})$$

W przypadku tym otrzymujemy też nadzwyczaj łatwo wzory przeliczeniowe, pozwalające ze zmierzonych przy próbie wielkości w, s_1, t_1 wyznaczyć długość i czas rozbiegu bez wiatru $\bar{s}_1$ i $\bar{t}_1$. Dzieląc mianowicie stronami równania $(9, \bar{9})$, a następnie $(10, \overline{10})$, znajdziemy przedewszystkiem:

$$\bar{t}_1 = t_1 \frac{u_a}{u_a - w}\,, \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

$$\bar{s}_1 = s_1 \left(\frac{u_a}{u_a - w}\right)^2. \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Te wzory pozwalają doskonale ocenić wpływ wiatru na długość i czas rozbiegu, gdy znana jest szybkość u_a. Z łatwością można jednak wyrugować tę szybkość, dzieląc stronami równania (10) i (9); otrzymamy:

$$u_a - w = \frac{2 s_1}{t_1}\,, \qquad u_a = w + \frac{2 s_1}{t_1}\,,$$

a stąd:

$$\frac{u_a}{u_a - w} = 1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\,. \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Wstawiając wreszcie (13) do (11) i (12), znajdziemy:

$$\bar{t}_1 = t_1 \left(1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\right), \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

$$\boxed{\bar{s}_1 = s_1 \left(1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\right)^2.} \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

Wzory (11, 12) są równoważne wzorom, podanym w różnych odmianach przez Blenk'a, Förstner'a i Schrenk'a (odsył. 1 d, i, j). Natomiast wzory (14, 15) są identyczne z wzorami Mathias'a [7]), które w ten sposób wyprowadziliśmy metodą możliwie najelementarniejszą. Jednakże całe obliczenie oparte było na założeniu, że

---

[5]) Niech będzie np. $c_{y1} = 0{,}5$, $c_{x1} = 0{,}05$, $c_s = 0{,}05$, $c_{ya} = 1$, $\mu = 0{,}04$, $S_0 : G = 0{,}24$; ze wzoru (8b) otrzymujemy wtedy $\beta = 0{,}4$. Założmy natomiast $c_{y1} = 0{,}9$, $c_{x1} = 0{,}066$, $c_s = 0{,}02$, $c_{ya} = 1$, $\mu = 0{,}1$, $S_0 : G = 0{,}24$, to znajdziemy $\beta = -0{,}2$. Dane w obu przykładach obrane są nieco tendencyjnie, ale pozostają w granicach zupełnie realnych.

[6]) Por. np. „Ausschreibung zum Süddeutschland-Flug 1926", gdzie czytamy: „Die Abnahme des Schraubenzuges und die Zunahme des Luftwiderstandes mit der Geschwindigkeit werden durch die Abnahme der Bodenreibung gerade ausgeglichen, so dass die Beschleunigung während des Starts konstant bleibt".

[7]) W szczególności najważniejszy dla nas wzór (15) jest identyczny z (1).

rozbieg jest jednostajnie przyśpieszony ($\beta = 0$). Jedynie więc w tym przypadku wzory są istotnie zupełnie dokładne — przynajmniej w ramach teoretycznej możliwości. W rzeczywistości wszakże trzeba się liczyć z tem, że β może znacznie różnić się od zera, wobec tego wzory Mathias'a mogą wtedy stanowić tylko przybliżenie. Otóż chodzi nam właśnie o ocenę tego przybliżenia, a w tym celu musimy wrócić do dokładnego równania różniczkowego (7) i całkować je, nie pomijając już wyrazu ze spółczynnikiem β. Pamiętając, że w myśl (2) szybkości u i v różnią się tylko o stałą w, możemy zastąpić różniczkę dv przez du, wobec czego równanie (7) może być przedstawione w postaci:

$$dt = \frac{du}{A\left(1 - \beta \frac{u^2}{u_a^2}\right)}, \quad \ldots \quad (16)$$

albo po pomnożeniu przez czynnik $v = \frac{ds}{dt} = u - w$:

$$ds = \frac{(u - w)\,du}{A\left(1 - \beta \frac{u^2}{u_a^2}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Całkując równanie z oddzielonemi zmiennemi (16) w granicach od $u = w$ do $u = u_a$ znajdziemy *czas rozbiegu pod wiatr* w jednej z dwóch postaci następujących (zależnie od znaku β):

$$t_1 = \frac{u_a}{2A\sqrt{\beta}}\left(\ln\frac{1+\sqrt{\beta}}{1-\sqrt{\beta}} - \ln\frac{1+\sqrt{\beta}\cdot\frac{w}{u_a}}{1-\sqrt{\beta}\cdot\frac{w}{u_a}}\right)$$

$$[\beta > 0] \quad \ldots\ldots \quad (18a)$$

lub

$$t_1 = \frac{u_a}{A\sqrt{-\beta}}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{-\beta} - \operatorname{arctg}\frac{w}{u_a}\sqrt{-\beta}\right)$$

$$[\beta < 0] \quad \ldots\ldots \quad (18b)$$

W szczególności *czas rozbiegu bez wiatru* otrzymamy, kładąc $w = 0$:

$$\bar{t}_1 = \frac{u_a}{2A\sqrt{\beta}}\ln\frac{1+\sqrt{\beta}}{1-\sqrt{\beta}} \qquad [\beta > 0] \qquad \overline{(18a)}$$

albo

$$\bar{t}_1 = \frac{u_a}{A\sqrt{-\beta}}\operatorname{arctg}\sqrt{-\beta} \qquad [\beta < 0] \qquad \overline{(18b)}$$

Zupełnie podobnie, całkując w tych samych granicach równanie z oddzielonemi zmiennemi (17) i zważywszy, że drugi wyraz jego prawej strony tylko stałym czynnikiem w różni się od prawej strony (16), znajdziemy *długość rozbiegu pod wiatr* w postaci niezależnej od znaku β:

$$s_1 = \frac{u_a^2}{2A\beta}\ln\frac{1-\beta\frac{w^2}{u_a^2}}{1-\beta} - w\,t_1, \qquad (19)$$

przyczem t_1 należy wziąć z (18a) lub (18b).

W szczególności *długość rozbiegu bez wiatru* otrzymamy, kładąc $w = 0$:

$$\bar{s}_1 = \frac{u_a^2}{2A\beta}\ln\frac{1}{1-\beta} \quad \ldots \quad \overline{(19)}$$

Gdybyśmy teraz chcieli, opierając się na tych dokładnych równaniach, wyprowadzić z nich wzory przeliczeniowe analogiczne do (14) i (15), to — nie mówiąc już o trudnościach rachunkowych — spotkalibyśmy się z poważną przeszkodą zasadniczą. Gdyby chodziło np. o wzór przeliczeniowy dla długości rozbiegu, analogiczny do (15), to powinien on dawać związek między wielkościami $\bar{s}_1$, s_1, t_1 i w, przyczem — zgodnie z naszemi wymaganiami — muszą być wyrugowane wielkości A, β i u_a, których sam pomiar startu nie daje. Dysponujemy jednak do tego tylko trzema równaniami, mianowicie (19), $\overline{(19)}$ i jednem z równań (18a) lub (18b). Otóż z trzech równań nie da się wyrugować trzech niewiadomych, tylko najwyżej dwie. Podobną trudność napotkalibyśmy przy usiłowaniach dokładnego przeliczania czasu rozbiegu. Widać stąd, że o zupełnie dokładnych wzorach przeliczeniowych mowy być nie może. Trudność możemy obejść jedynie, stosując mniej lub więcej szczęśliwe przybliżenia.

Ponieważ β jest zawsze znacznie mniejsze od jedności (a to samo da się oczywiście powiedzieć o stosunku $\frac{w}{u_a}$), więc można wszystkie nasze dokładne wzory rozwinąć w zbieżne szeregi według potęg β i następnie odrzucić wszystkie wyrazy z potęgami β wyższemi od pierwszej. Otrzymamy najpierw zarówno z (18a) jak (18b) *przybliżony czas rozbiegu pod wiatr:*

$$t_1 = \frac{u_a - w}{A}\left[1 + \frac{\beta}{3}\left(1 + \frac{w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right], \quad \ldots \quad (20)$$

skąd, przy $w = 0$, *przybliżony czas rozbiegu bez wiatru:*

$$\bar{t}_1 = \frac{u_a}{A}\left(1 + \frac{\beta}{3}\right). \quad \ldots\ldots \quad \overline{(20)}$$

Podobnie, rozwijając (19) według potęg β i uwzględniając (20), znajdziemy po uproszczeniu *przybliżoną długość rozbiegu pod wiatr:*

$$s_1 = \frac{(u_a - w)^2}{2A}\left[1 + \frac{\beta}{2}\left(1 + \frac{2w}{3u_a} + \frac{w^2}{3u_a^2}\right)\right], \quad (21)$$

skąd wreszcie, przy $w = 0$, *przybliżoną długość rozbiegu bez wiatru:*

$$\bar{s}_1 = \frac{u_a^2}{2A}\left(1 + \frac{\beta}{2}\right). \quad \ldots\ldots \quad \overline{(21)}$$

Przyjmując w czterech ostatnich wzorach $\beta = 0$, wracamy oczywiście do wzorów (9, $\overline{9}$, 10, $\overline{10}$), odnoszących się do rozbiegu jednostajnie przyśpieszonego. Wyrazy poprawkowe ze spółczynnikiem β wskazują wyraźnie, jakie błędy popełniamy, stosując to poprzednie najgrubsze przybliżenie. Tak np. w przypadku skrajnej wartości $\beta = 0{,}4$, poprawka dla długości rozbiegu bez wiatru wynosi ok. 20%, dla czasu rozbiegu bez wiatru— ok. 13%; w przypadku startu pod wiatr poprawki będą

jeszcze większe (zależnie od szybkości wiatru). Należy zaznaczyć, że poprawki te nie są jeszcze zupełnie dokładne, pominęliśmy bowiem wyrazy z drugiemi i wyższemi potęgami β. Rachunek dokładniejszy, którego tu nie podaję z powodu jego zawiłości, przekonywa jednak, że te dalsze poprawki są praktycznie bez znaczenia. Dla oszacowania rzędu wielkości popełnianych błędów, rachunek nasz jest zupełnie wystarczający.

Możemy więc dalej poszukiwać wzorów przeliczeniowych, pozostając na tym samym stopniu dokładności. Uogólnimy przedewszystkiem wzór pomocniczy (13); dzieląc stronami równości (21) i (20), znajdziemy z zachowaniem tylko pierwszych potęg β:

$$u_a - w = \frac{2s_1}{t_1}\left[1 - \frac{\beta}{6}\left(1 - \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

$$u_a = w + \frac{2s_1}{t_1}\left[1 - \frac{\beta}{6}\left(1 - \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

a stąd

$$\frac{u_a}{u_a - w} = 1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\left[1 + \frac{\beta}{6}\left(1 - \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right]. \qquad (22)$$

Dzieląc teraz stronami równania (20) i (20), a następnie (21) i (21), wciąż z tem samem przybliżeniem, otrzymamy:

$$\bar{t}_1 = t_1 \frac{u_a}{u_a - w}\left[1 - \frac{\beta}{3}\left(\frac{w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

$$\bar{s}_1 = s_1 \left(\frac{u_a}{u_a - w}\right)^2\left[1 - \frac{\beta}{6}\left(\frac{2w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

skąd po uwzględnieniu (22):

$$\bar{t}_1 = t_1 \left\{1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\left[1 + \frac{\beta}{6}\left(1 - \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right]\right\} \cdot \left[1 - \frac{\beta}{3}\left(\frac{w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

$$\bar{s}_1 = s_1 \left\{1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\left[1 + \frac{\beta}{6}\left(1 - \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right]\right\}^2 \cdot \left[1 - \frac{\beta}{6}\left(2\frac{w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

albo inaczej:

$$\bar{t}_1 = t_1 \left(1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{\beta}{6} \cdot \frac{w t_1}{2 s_1} \cdot \frac{1 - \frac{w^2}{u_a^2}}{1 + \frac{w t_1}{2 s_1}}\right) \cdot \left[1 - \frac{\beta}{3}\left(\frac{w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right],$$

$$\bar{s}_1 = s_1 \left(1 + \frac{w t_1}{2 s_1}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\beta}{6} \cdot \frac{w t_1}{2 s_1} \cdot \frac{1 - \frac{w^2}{u_a^2}}{1 + \frac{w t_1}{2 s_1}}\right) \cdot \left[1 - \frac{\beta}{6}\left(2\frac{w}{u_a} + \frac{w^2}{u_a^2}\right)\right].$$

Zastępując jeszcze w drugich nawiasach obu ostatnich równości — w myśl (22) — wyrażenie $\frac{w t_1}{2 s_1}$ przez $\left(\frac{u_a}{u_a - w} - 1\right)$, co jest dozwolone, gdyż wyrazy z β^2 pomijamy, otrzymamy wreszcie po łatwem uproszczeniu *wzory przeliczeniowe dla czasu i długości rozbiegu z wyrazami poprawkowemi:*

$$\bar{t}_1 = t_1 \left(1 + \frac{wt_1}{2s_1}\right)\left[1 - \frac{\beta}{6} \cdot \frac{w}{u_a}\left(1 + \frac{w}{u_a}\right)^2\right], \qquad (23)$$

$$\bar{s}_1 = s_1 \left(1 + \frac{wt_1}{2s_1}\right)^2\left[1 - \frac{\beta}{6} \cdot \frac{w^2}{u_a^2}\left(1 + 2\frac{w}{u_a}\right)\right]. \qquad (24)$$

Tych nowo otrzymanych wzorów, znacznie dokładniejszych od wzorów Mathias'a (14, 15), nie proponujemy wcale do praktycznego użytku; dyskwalifikuje je do tego już obecność czynnika β, który przecież w praktyce nie będzie znany. Wzory (23) i (24) pozwalają zato z łatwością oszacować błędy, jakie można popełnić, stosując wzory Mathias'a; błędy te odpowiadają wyrazom poprawkowym z czynnikiem β. Otóż uderzające jest, że te wyrazy poprawkowe są zbiegiem okoliczności stosunkowo bardzo małe, znacznie mniejsze, niż w (20) i (21), szczególnie zaś znikome przy niewielkich szybkościach wiatru. Aby oszacować największe możliwe poprawki, przyjmijmy, że szybkość wiatru w wynosi aż połowę szybkości u_a, a parametr β osiąga znowu wygórowaną wartość 0,4. Nawet wtedy poprawka we wzorze (23) wyniesie nie więcej jak 7,5%, a w najważniejszym dla nas wzorze (24) — nie więcej jak 3,3%. *W ogromnej większości przypadków wzór Mathias'a dla przeliczania długości rozbiegu powoduje błędy znacznie mniejsze, nie wynoszące nawet jednego procentu.* Błędy takie nie odgrywają żadnej roli praktycznej, wzór więc można uważać za wystarczająco dokładny dla startu.

Przykład liczbowy. Przyjmiemy $u = 25$ m/sek, $A = 2$ m/sek², $\beta = 0,36$. W takim razie z (18a) i z (19) znajdziemy dokładnie czas i długość rozbiegu bez wiatru:

$$\bar{t}_1 = 14,44 \text{ sek.} \qquad \bar{s}_1 = 193,7 \text{ m.}$$

Wyznaczymy następnie czasy i długości rozbiegu przy kilku różnych szybkościach wiatru z dokładnych wzorów (18a) i (19), poczem przeliczymy je z powrotem na bezwietrzną pogodę, korzystając najpierw ze wzorów Mathias'a (14, 15), następnie ze wzorów dokładniejszych (23, 24). Wyniki zestawione są w następującej tabelce:

w m/sek.	t_1 sek. wg. (18a)	s_1 m. wg. (19)	$\bar{t}_1$ przeliczone: wg. wzoru Mathias'a (14)	$\bar{t}_1$ przeliczone: wg. (23)	$\bar{s}_1$ przeliczone: wg. wzoru Mathias'a (15)	$\bar{s}_1$ przeliczone: wg. (24)
2,5	13,19	159,2	14,56	14,45	193,9	193,7
5,0	11,93	127,8	14,71	14 46	194,4	193,7
7,5	10,65	99.5	14,92	14,47	195.4	193,7
10,0	9,34	74,6	15,19	14,47	197,2	193,8
12,5	7,99	52,9	15,53	14,48	199,9	193,9
15,0	6,59	34,6	16,00	14,53	204,1	194,4

Jak widać, przeliczenie według wzorów (23, 24) jest nadzwyczajnie dokładne, według wzorów Mathias'a — znacznie gorsze, jednak zupełnie wystarczające w praktyce. Jeszcze przy szybkości wiatru 7,5 m/sek. błąd na długości rozbiegu wynosi niecałe 2 metry; dopiero przy większych szybkościach wiatru błędy silnie wzrastają. Jeżeli jeszcze zważyć, że wzięliśmy tu stosunkowo znaczną wartość β, to widać, jak znikoma jest możliwość poważniejszych odchyleń.

Z kolei musimy zająć się przeliczaniem *długości wzlotu* s_2 (rys. 1), przyczem czas trwania tego okresu oznaczymy przez t_2. Przeliczenie nie nastręcza żadnych trudności: ruch samolotu względem powietrza nie różni się tu niczem w przypadku startu pod wiatr lub bez wiatru, więc przy danej wysokości bramki, czas t_2 nie zależy zupełnie od wiatru. Natomiast dystans s_2 zmienia się z wiatrem, gdyż w ruchu bezwzględnym składowa poziomu szybkości jest przy starcie pod wiatr o w mniejsza, niż w przypadku startu bez wiatru; można uważać poprostu, że wiatr w czasie wzlotu „znosi" samolot wstecz o w m/sek. W ciągu czasu t_2 zmniejszenie drogi przebytej wynosi wt_2, jeżeli więc długość wzlotu bez wiatru oznaczymy przez $\bar{s}_2$, to otrzymamy odrazu:

$$\bar{s}_2 = s_2 + wt_2 \,. \qquad \text{(25)}$$

Weźmy teraz pod uwagę całkowitą długość startu pod wiatr (rys. 1):

$$l = s_1 + s_2 \qquad \text{(26)}$$

i odpowiednio całkowitą długość startu bez wiatru:

$$\bar{l} = \bar{s}_1 + \bar{s}_2 \,. \qquad \text{(27)}$$

Dodając stronami równania (15) i (25) z uwzględnieniem (27), otrzymamy *ostateczny wzór dla przeliczania całkowitej długości startu:*

$$\bar{l} = s_1 \left(1 + \frac{wt_1}{2s_1}\right)^2 + s_2 + wt_2 \,. \qquad \text{(28)}$$

Aby móc korzystać z tego wzoru, należy zmierzyć w czasie próby szybkość wiatru w, długości s_1, s_2 i czasy t_1, t_2.

Wzór (28) można jeszcze przepisać w postaci następującej:

$$\bar{l} = (s_1 + s_2) + w(t_1 + t_2) + \frac{w^2 t_1^2}{4 s_1} \,,$$

albo po uwzględnieniu (26) i wprowadzając całkowity czas startu $T = t_1 + t_2$:

$$\bar{l} = l + wT + \frac{w^2 t_1^2}{4 s_1} \,. \qquad \text{(28a)}$$

Gdyby szybkość wiatru była nieznaczna, to ostatni wyraz we wzorze (28a) byłby bardzo mały i możnaby go od biedy pomijać. Otrzymalibyśmy wtedy wzór nadzwyczaj prosty:

$$\bar{l} \cong l + wT \,, \qquad \text{(29)}$$

który nie wymagałby mierzenia cząstkowych dróg s_1, s_2 i czasów t_1, t_2, a tylko całkowitej długości startu l i całkowitego czasu T, co oczywiście byłoby bez porównania łatwiejsze. Jednakże tego *prymitywnego wzoru (29) zalecać nie należy*, gdyż błąd popełniony przez odrzucenie trzeciego wyrazu może być już przy średnich szybkościach wiatru bardzo pokaźny. Tak np., biorąc za podstawę dane z wyżej umieszczonej tabelki, stwierdzimy, że przy szybkościach wiatru:

2,5 5,0 7,5 10,0 12,5 15,0 m/sek.

wyraz ten wynosi odpowiednio:

1,7 7,0 16,0 29,2 47,1 70,6 m,

a więc przybiera ogromne wartości i do pomijania bynajmniej się nie nadaje.

Ten trzeci wyraz wzoru (28a) jest nieco kłopotliwy, gdyż — bądź co bądź — dokładne zmierzenie dystansu s_1 i czasu t_1 nie jest łatwe, a w każdym razie znacznie trudniejsze, niż pomiar wielkości l i T; trudno jest mianowicie uchwycić ściśle moment oderwania samolotu od ziemi. W związku z tem, wysuwano u nas ostatnio propozycję zastąpienia tego wyrazu przez jakiś inny przybliżony. Nasuwa się tu myśl następująca: gdy parametr β jest mały, to rozbieg jest w przybliżeniu jednostajnie przyśpieszony z przyśpieszeniem A, można więc w przybliżeniu napisać:

$$s_1 \cong \frac{A t_1^2}{2} \,,$$

a wobec tego wzór (28a) przybrałby postać:

$$\bar{l} \cong l + wT + \frac{w^2}{2A} \,.$$

W przykładzie naszym uproszczony trzeci wyraz przybierałby — przy założonych wyżej szybkościach wiatru — odpowiednio wartości:

1,6 6,3 14,1 25,0 39,1 56,0 m.

Widzimy, że błędy byłyby jednak spore — szczególniej przy większych szybkościach wiatru. Wprawdzie w omawianym przykładzie β miało znaczną wartość; przy β blizkiem zera przybliżenie byłoby bardzo dobre. Jednakże w uproszczonym trzecim wyrazie figuruje wielkość A (wzór 8a), która bez dodatkowych pomiarów nie jest znana, a która bywa *niewątpliwie niejednakowa dla różnych samolotów*. Wobec tego cała próba uproszczenia upada, i zmuszeni jesteśmy zatrzymać się na wzorze (28) wzgl. (28a), a więc mierzyć z konieczności s_1 i t_1. Nie należy przytem obawiać się grubych niedokładności z powodu nieścisłego uchwycenia momentu oderwania, byleby tylko mierzyć *odpowiadające sobie wartości* s_1 i t_1. Rozbieg bowiem o tyle mało różni się od ruchu jednostajnie przyśpieszonego, że stosunek drogi do kwadratu czasu w ciągu krótkiej chwili, jaka może tu wzbudzać wątpliwość, bardzo mało tylko może się zmienić, a właśnie tylko ten stosunek figuruje w trzecim wyrazie wzoru (28a).

II. LĄDOWANIE.

Zasadniczy bieg rozumowania pozostaje przy lądowaniu taki sam, jak przy starcie. Wobec tego Mathias

bez żadnej dyskusji proponuje te same wzory przeliczeniowe, co dla startu. Zobaczymy jednak, że właśnie przy lądowaniu wzory wzbudzają więcej wątpliwości.

Całą długość lądowania podzielimy znów na dwie części: *długość opadania* s_3 (od bramki do pierwszego zetknięcia z ziemią) oraz *długość dobiegu* s_4 (od zetknięcia do końca ruchu). Odnośne czasy, zmierzone przy próbie, oznaczymy przez t_3 i t_4, szybkość względną w chwili zetknięcia przez u_a'. Dla długości opadania otrzymamy oczywiście wzór przeliczeniowy zupełnie analogiczny do (25):

$$\overline{s_3} = s_3 + w\, t_3. \quad \quad (30)$$

Dobieg nasuwa znowu nieco trudności. Przedewszystkiem po pierwszem uderzeniu (szczególniej po stromem opadaniu) w związku z działaniem amortyzatorów reakcja pionowa, wywierana przez grunt na samolot, waha się początkowo w szerokich granicach; chwilami przekracza ona znacznie nadwyżkę ciężaru nad siłą nośną, w innych momentach jest od niej mniejsza, a nawet spada do zera, co powoduje podskoki. Wynika stąd bardzo nieregularny przebieg zmian siły tarcia, który może być jeszcze bardziej zakłócony przez nierównomierne działanie hamulców, o ile dany samolot jest w nie zaopatrzony. Rozumie się, że tych wszystkich czynników nie można i zresztą niema potrzeby brać pod uwagę; doprowadziłoby to do niezmiernie zawiłej teorji i zmusiło do uwzględnienia indywidualnych cech konstrukcyjnych każdego poszczególnego aparatu. Musimy przyjąć, że siła tarcia wyraża się tak samo, jak w równaniu (3), tylko spółczynnik tarcia μ może przybierać teraz bez porównania większe wartości. Wynika to już stąd, że przy lądowaniu na trzy punkty część reakcji pionowej przypada na płozę, która podlega tarciu poślizgowemu, a nie tarciu toczenia; ponadto, jeśli samolot posiada hamulec na koła, to tarcie kół o ziemię wzrasta także znacznie, dochodząc nieraz aż do wartości tarcia poślizgowego. W związku z tem ogólny spółczynnik tarcia może wahać się mniejwięcej od 0,05 do 0,3, a niekiedy i wyżej.

W równaniu ruchu zajdzie pozatem zmiana, spowodowana zatrzymaniem silnika; wypadnie więc w równaniu (7) pominąć wyraz S_0, natomiast wyraz ze spółczynnikiem c_s („opór śmigła") lepiej zachować nie przesądzając zresztą, czy spółczynnik ten ma wartość liczbową tę samą, co przy starcie. Biorąc jeszcze pod uwagę, że dobieg odbywa się przy innym kącie natarcia i_4 (z reguły większym od i_1) i oznaczając odnośne spółczynniki aerodynamiczne przez c_{y4} i c_{x4}, otrzymamy — zamiast (7) — równanie ruchu następujące:

$$\frac{dv}{dt} = -\mu g - g\,\frac{c_s + c_{x4} - \mu c_{y4}}{c'_{ya}} \cdot \frac{u^2}{u'^2_a} =$$

$$= -A'\left(1 + \beta'\,\frac{u^2}{u'^2_a}\right) \quad \quad (31)$$

gdzie znowu dla skrócenia wprowadzono oznaczenia:

$$A' = \mu g, \quad \quad (32a)$$

$$\beta' = \frac{c_s + c_{x4} - \mu c_{y4}}{\mu\, c'_{ya}} \quad \quad (32b)$$

Parametr A' oznacza teraz wartość opóźnienia przy $u = 0$ (t. j. w końcowej chwili, o ile niema wiatru); może on przybierać bardzo różne wartości, mniejwięcej od 0,05 g do 0,3 g, a nawet więcej. Parametr β' jest znowu „spółczynnikiem zmian opóźnienia przy dobiegu". Pożądane jest, aby był on dodatni i (przy danem μ) możliwie największy, gdyż wtedy opóźnienie początkowe $A'(1 + \beta')$ jest stosunkowo wielkie. Z tego względu korzystne jest, aby samolot, opierając się o płozę, posiadał jaknajwiększy kąt natarcia — w miarę możności większy od krytycznego, gdyż wtedy w (32b) wyraz c_{x4} może być duży i nieraz znacznie większy od μc_{y4}. Otóż ważne jest, że w przypadku, gdy c_{x4} jest wielkie a jednocześnie spółczynnik tarcia μ mały, spółczynnik β' może przybierać bardzo duże wartości, o wiele większe od jedności, a dochodzące niekiedy do (+ 4). Naodwrót, gdy spółczynnik tarcia jest wielki a kąt natarcia w czasie dobiegu stosunkowo mały (co może mieć miejsce szczególnie przy lądowaniu na koła z zastosowaniem hamulców, a zresztą także przy lądowaniu na 3 punkty, o ile podwozie jest niskie), to spółczynnik β' może stać się ujemny, oczywiście nie dochodząc nigdy do (— 1); jako dolną granicę, przyjąć tu można mniejwięcej (— 0,4). Najczęściej spółczynnik β' waha się w węższych granicach, niekiedy też może on być bliski zera. W dyskusji ogólnej należy jednak liczyć się i ze skrajnemi wartościami [8]).

Całkowanie równania (29) wykonać można zupełnie podobnie, jak to miało miejsce dla startu, pamiętając tylko, że u zmienia się teraz od u'_a do w. Dokładne rozwiązania są następujące:

Czas dobiegu pod wiatr wyraża się w jednej z dwóch postaci (zależnie od znaku β'):

$$t_4 = \frac{u'}{2A'\sqrt{-\beta'}}\left(ln\,\frac{1+\sqrt{-\beta'}}{1-\sqrt{-\beta'}} - ln\,\frac{1+\sqrt{-\beta'}\cdot\frac{w}{u'_a}}{1-\sqrt{-\beta'}\cdot\frac{w}{u'_a}}\right) \quad [\beta'<0] \quad (33a)$$

$$t_4 = \frac{u'_a}{A'\sqrt{\beta'}}\left(\mathrm{arctg}\sqrt{\beta'} - \mathrm{arctg}\sqrt{\beta'}\,\frac{w}{u'}\right) \quad [\beta'>0] \quad (33b)$$

Czas dobiegu bez wiatru:

$$\overline{t_4} = \frac{u'_a}{2A'\sqrt{-\beta'}}\, ln\,\frac{1+\sqrt{-\beta'}}{1-\sqrt{-\beta'}} \quad [\beta'<0] \quad (\overline{33a})$$

$$\overline{t_4} = \frac{u'_a}{A'\sqrt{\beta'}}\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{\beta'} \quad [\beta'>0] \quad (\overline{33b})$$

---

[8]) Niech będzie np. $c_{y4} = 1{,}2$, $c_{x4} = 0{,}28$, $c_s = 0{,}04$, $c'_{ya} = 1{,}3$, $\mu = 0{,}05$; z (32b) otrzymamy wtedy $\beta = 4$. Załóżmy natomiast $c_{y4} = 1{,}3$, $c_{x4} = 0{,}2$, $c_s = 0{,}03$, $c'_{ya} = 1{,}3$, $\mu = 0{,}3$, to znajdziemy $\beta' = -0{,}41$.

Długość dobiegu pod wiatr:

$$s_4 = \frac{u'^2_a}{2\,A'\,\beta'}\; ln \frac{1+\beta'}{1+\beta'\frac{w^2}{u'^2_a}} - w\,t_4 \qquad (34)$$

Długość dobiegu bez wiatru:

$$\overline{s}_4 = \frac{u'^2_a}{2\,A'\,\beta'}\; ln\,(1+\beta'). \quad . \; . \; . \qquad (\overline{34})$$

W przypadku, gdy spółczynnik β' jest mniejszy od jedności, wzory powyższe można znowu rozwinąć w szeregi według potęg β', poczem, zachowując tylko pierwsze potęgi β', otrzymujemy *wzory przybliżone* zupełnie analogicznie do (20, 21):

$$t_4' = \frac{u'_a - w}{A'}\left[1 - \frac{\beta'}{3}\left(1 + \frac{w}{u'_a} + \frac{w^2}{u'^2_a}\right)\right] \ldots (35)$$

$$\overline{t}_4 = \frac{u'_a}{A'}\left(1 - \frac{\beta'}{3}\right) \ldots\ldots (\overline{35})$$

$$s_4 = \frac{(u'_a - w)^2}{2A'}\left[1 - \frac{\beta'}{2}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{w}{u'_a} + \frac{w^2}{3\,u'^2_a}\right)\right] \quad (36)$$

$$\overline{s}_4 = \frac{u'^2_a}{2A'}\left(1 - \frac{\beta'}{2}\right) \ldots\ldots (\overline{36})$$

Zupełnie też podobnie znajdujemy wzory przeliczeniowe, analogiczne do (23, 24):

$$\overline{t}_4 = t_4\left(1 + \frac{wt_4}{2s_4}\right)\left[1 + \frac{\beta'}{6}\cdot\frac{w}{u'_a}\left(1 + \frac{w}{u'_a}\right)^2\right], \ldots . \quad (37)$$

$$\overline{s}_4 = s_4\left(1 + \frac{wt_4}{2s_4}\right)^2\left[1 + \frac{\beta'}{6}\cdot\frac{w^2}{u'^2_a}\left(1 + 2\frac{w}{u'_a}\right)\right], \quad 38)$$

albo — pomijając niewielkie wyrazy z czynnikiem β' — *uproszczone wzory przeliczeniowe*, identyczne z wzorami Mathias'a (14, 15):

$$\overline{t}_4 = t_4\left(1 + \frac{w\,t_4}{2\,s_4}\right) \ldots . \quad (39)$$

$$\overline{s}_4 = s_4\left(1 + \frac{w\,t_4}{2\,s_4}\right)^2 \ldots . \quad (40)$$

O ile rzeczywiście β' jest dostatecznie małe, to dyskusja analogiczna jak przy starcie przekonywa, że wzory Mathias'a są wystarczająco dokładne i dla dobiegu. Jednakże widzieliśmy, że β' może przybierać wartości bardzo znaczne; otóż w takich razach wzory uproszczone (35, 36) tracą wszelki sens — do tego stopnia, że np. przy $\beta' > 2$ otrzymujemy z nich ujemne długości dobiegu! Wobec tego niema już podstaw do tego, aby polegać także na wzorach (37, 38), a tembardziej na wzorach Mathias'a. Ponieważ bezpośrednie wyrugowanie A', β' i u'_a z dokładnych równań nie jest możliwe, więc pozostaje tylko sprawdzić na przykładach, czy jednak wzory Mathias'a nie będą i w tym przypadku dostatecznie dokładne.

Przykład liczbowy. Przyjmiemy $u'_a = 20$ m/sek, $A' = 0{,}5$ m/sek², $\beta' = 4$. Z ($\overline{33b}$) i ($\overline{34}$) znajdziemy dokładnie czas i długość dobiegu bez wiatru:

$$\overline{t}_4 = 22{,}14 \text{ sek}, \qquad \overline{s}_4 = 160{,}9 \text{ m}.$$

Wyznaczymy następnie czasy i długości dobiegu przy kilku różnych szybkościach wiatru z dokładnych wzorów (33b) i (34), poczem przeliczymy je z powrotem na bezwietrzną pogodę, korzystając ze wzorów Mathias'a (39, 40). Wyniki zestawione są w następującej tabelce:

w m/sek	t_4 sek (33b)	s_4 m (34)	Przeliczone ze wzorów Mathias'a	
			$\overline{t}_4$ (39)	$\overline{s}_4$ (40)
2,5	17,24	111,8	20,57	159,0
5,0	12,87	74,3	18,45	152,6
7,5	9,27	46,8	16,17	142,2
10,0	6,44	27,3	14,02	129,6
12,5	4,22	14,1	12,14	116,3
15,0	2,49	5,8	10,51	103,3

Jak było do przewidzenia, błędy możnaby tolerować jedynie przy b. małych szybkościach wiatru. Przy średnim i silnym wietrze otrzymujemy ogromne błędy, wynoszące dla długości dobiegu dziesiątki metrów. W przykładzie uwzględniono bardzo mały spółczynnik tarcia (samolot bez hamulców o długim dobiegu). Dla takich samolotów byłoby więc korzystniej lądować przy silnym wietrze w razie zastosowania wzoru Mathias'a.

W praktyce okoliczność ta nie powinna odegrać większej roli, gdyż w większości przypadków samoloty, biorące udział w zawodach, będą zaopatrzone w hamulce, spółczynnik tarcia będzie dla nich duży (długości dobiegu odpowiednio krótkie), a spółczynnik β' — odpowiednio mały. Wtedy zaś wzory Mathias'a będą dostatecznie dokładne również i dla lądowania. Zresztą, jak widać z całej powyższej teorji, przerachowanie dokładniejsze niż przy pomocy wzorów Mathias'a nie jest wogóle możliwe, chyba że byłaby mierzona przynajmniej jedna z wielkości A', β' lub u_a, co zasadniczo przecież powinno być wyłączone.

Ostatecznie nie pozostaje nic innego, jak przeliczać poszczególne odcinki według (30) i (40), albo całą długość l' analogicznie do (28) według wzoru:

$$\overline{l'} = s_3 + w\,t_3 + s_4\left(1 + \frac{w\,t_4}{2\,s_4}\right)^2, \qquad (41)$$

albo — analogicznie do (28a):

$$\overline{l'} = l' + w\,T' + \frac{w^2\,t^2_4}{4\,s_4} \quad \ldots (41a)$$

Pomijanie trzeciego wyrazu w (41a) nie może być tolerowane nawet przy krótkich dobiegach, gdyż wyraz ten już przy średnich szybkościach wiatru może wynosić dziesiątki metrów.

REDAKTOR: mjr. obs. inż. CZAPLICKI WACŁAW.